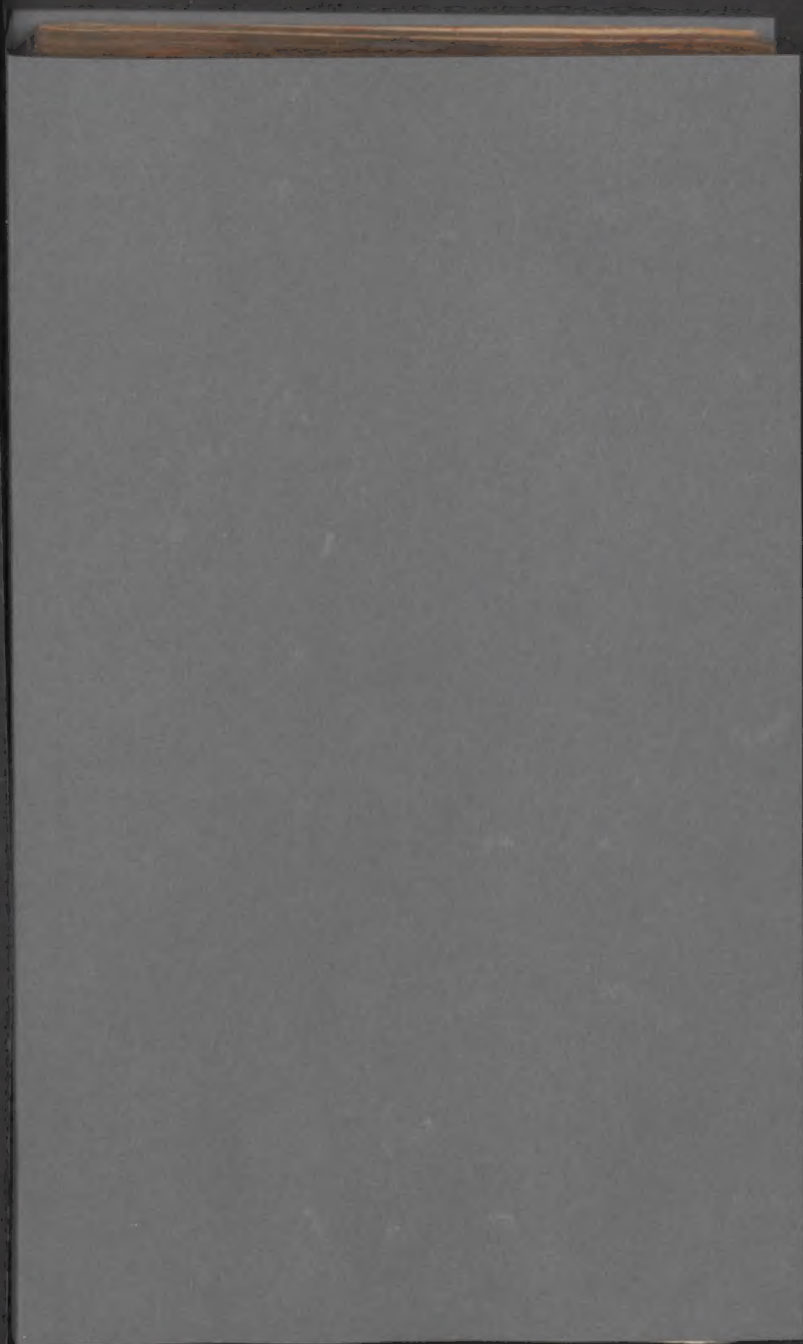


56368





Bielski Szymon
autor

bielski Vito str. 183.

ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA.

Matema. № 755

ARYTMETYKA

PRAKTYCZNA

KROTKIM Y ŁATWYM SPOSOBEM

PRZEZ PYTANIA,

DLA WYGODY Y UŻYWANIA

GOSPODARSKIEGO,

ZEBRANA.



W WARSZAWIE 1793.

w Drukarni J. K. Mci i Rzeczypospolitey,
u XX. Scholarum Piarum.

T. 3.



56368
I

REIESTR

Rzeczy w tey Xiążce zawartych.

NAUKA

*O Arytmetyce w powszechności, i o liczb
podziale.*

ROZDZIAŁ I.

- O Rachunkach liczb całkowitych iednego,
i różnego gatunku Na karcie 3
- §. 1. O Liczeniu, czyli Rachubie - tamże.
- §. 2. O Dodowaniu liczb tak iednego, iako
i różnego gatunku - 5
- §. 3. O Odeymowaniu liczb tegoż samego i
różnego gatunku - 12
- §. 4. O Mnożeniu liczb iednego i różnego
gatunku - 20
- §. 5. O Dzieleniu liczb tak iadnego, iako i
różnego gatunku - 32
- §. 6. Zamyka w sobie ciekawe niektóre za-
dania, które się przez pomienione pro-
stej Arytmetyki reguły ułatwiają. 59

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach liczb łamanych.

- §. 1. O Liczbach łamanych w ogólności i
ich własnościach - 59
- [a3] §. 2.

R E J E S T R.

§. 2. O Sprowadzeniu liczb tamanych na mniejsze terminy, i o dochodzeniu ich walu, albo ceny	64
§. 3. O Sprowadzaniu liczb tamanych do jednego mianownika	70
§. 4. O Sprawadzaniu liczb tamanych na całkowite, i przecieenie całkowitych na tamane; oraz o ułomkach liczby tamaney	73
§. 5. O Dodawaniu i odciganiu liczb ta- manych	76
§. 6. O Mnożeniu, i dzieleniu liczb ta- manych	78

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższej Arytmetyki.

§. 1. O Proporcji w powszechności	85
§. 2. O Regule proporcji, albo trzech pro- stey	89
§. 3. O Regule proporcji składaney po- rządneuy	95
§. 4. O Regule proporcji wspak obroco- ney prostey	99
§. 5. O Regule proporcji składaney wspak obróconeuy	102
§. 6. O Regule Towarzystwa	109

§. 7.

R E J E S T R.

§. 7.	O Regule wiązania.	- -	116
§. 8.	O Regule domniemania, albo założenia prostego	- -	126
§. 9.	O Regule dwoistego założenia	-	131
§. 10.	Zamyka w sobie rozmaite przykłady, które się przez poprzedzające reguły rozwiązuia	- -	141

ROZDZIAŁ IV.

O Wyciąganiu Sciany.

§. 1.	O Wyciąganiu ściany czworograniastej z liczby danej	- -	156
§. 2.	O Wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby danej	- -	165
§. 3.	O Wynajdowaniu liczb średnich nieprzerwanie proporcjonalnych	-	175
§. 4.	Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się przez pomienione Reguły rozwiązuia	- -	178

ROZDZIAŁ V.

O Skokach liczb, czyli progressyach, i o ich Regułach.

§. 1.	O Progressyi Arytmetyczney, i Geometryczney w powszechności	-	183
-------	---	---	-----

§. 2.

R E J E S T R.

§. 2. O Skoku wolnym, czyli Arytmety- cznym	186
§. 3. O Skoku prędkim, czyli progressyi Geometryczney	193
§. 4. Zamyka w sobie niektóre ciekawe przykłady, które się przez progressyę rozwiązują	200
§. 5. O Skoku liczby cudownym, czyli o Regule Kombinacyi	202
Przydatek użyteczny	205

Na końcu Tablice Reiestrowe.



NAUKA

NAUKA

O Arytmetyce w powszechności, i o liczbach podziale.

1. Co jest Arytmetyka?

Jest nauka o liczbach i o rachunkach. Liczba, jest to wielość z jedności zebrana: jak 2. 3. 4. 5. Pięć składa się z pięciu jedności. Raunki zaś, są to teżyż liczby użycie i pożyteczność.

2. Wieloraka jest liczba?

Dwójka: Rzymska czy i Kościelna, i pospolita czyli Arabska.

3. Wiele liczba pospolita zamyka w sobie charakterów, czyli figur Arytmetycznych?

Liczba Arabska zamyka w sobie figur dziesięć; to jest: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. i zero, to jest: 0. która sama przez się nie oznacza, ale dodana do innej liczby, tyle ją dziesięcioma pomnoża, ile liczba przed nią położona zamyka w sobie jedności. Tak n. p. (10) jedno i zero, znaczy dziesięć. (30) trzy i zero, znaczy trzy dziesiątki, czyli trzydzieści; bo 3. przed zero położone, składa się ze trzech jedności.

4. Z wielu figur czyli liter składa się liczba Kościelna?

Z tych siedmiu liter większych: I. V. X. L. C. M. D. N. znaczy jedno. V. znaczy pięć. X. znaczy dziesięć. L. znaczy pięćdziesiąt. C. znaczy sto. D. znaczy pięćset. M. znaczy tysiąc. Tysiąc pisze się ierzecz tak CIO. albo tak: ∞.

Δ

g. Jak

5. Jak się ta liczba pomnaża?

Pomnaża się, kładąc jedną figurę po drugiej, n. p. III . znaczy trzy. XX . znaczy dwa dziesiąta. XXXVII . znaczy trzydzieści i siedem. LXX . znaczy siedmdziesiąt. CCXXI . znaczy dwieście dwa. CC . znaczy dwieście. CCCLXXV . znaczy dwieście siedemdziesiąt pięć.

Umniejsza się zaś kładąc mniejszą figurę przed większą n. p. IV . znaczy cztery. IX . znaczy dziewięć. XXIX . znaczy dwadzieścia dziewięć. XL . znaczy czterdzieści. XC . znaczy dziewięćdziesiąt. CD . czterysta. D . sto. CCCLXXV . czterysta siedemdziesiąt pięć. DCCC . czterysta piszą się tak: CCCC .

6. Wielorako się liczby dzielą?

Czworako. I. Na liczbę prostą i składaną. II. Na liczbę parzystą i nieparzystą. III. Na liczbę jednego, i na liczbę różnego gatunku. IV. Na liczbę całkowitą i liczbę łamaną.

Liczba prosta jest ta: która się z jednej tylko figury składa. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś jest ta: która się z kilku figur Arytmetycznych składa: n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzysta jest ta: która na dwie równe części, czyli przez dwa spełna dzielić się może: n. p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzysta jest ta: która się na dwie części i równo spełna dzielić nie może: n. p. 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby jednego gatunku są te: które wyrażają rzeczy jednego rodzaju n. p. same złote, same funty, same łokcie.

Liczby różnego gatunku są te: które znaczą rzeczy różne, o między sobą rodzaju: n. p. złote, grosze, szelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Albo: łokcie, ćwierci i. t. d.

Liczba

PRAKTYCZNA.

Liczba całkowita jest ta : która mi rzecz całą wyraża : n. p. cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaś łamana jest ta : która mi część tylko rzeczy takley wyraża : n. p. trzecią część złota, czterć łokcia ; i wyraża się dwoma liczbami, z których jedna piye się nad linijką, a druga pod linijką : n. p. $\frac{1}{3}$ jednego złotego, cztery groszy 10 ; $\frac{1}{4}$ jednego łokcia, znaczy jednę czterć łokcia.

7. Wiele jest powrze hnych A ytmetyki części ?

Jest ich pięć : to jest : rachuba , albo liczenie (*Aumeratio*) dodawanie (*Additio*) odymawanie (*Subtractio*) mnożenie (*Multiplicatio*) dzielenie (*Divisio*) Lubo własnaw e n owie, rachuba nie powinna się nazywać częścią, ale początkiem i fundamentem całej Arytmetyki ; bo ta w każdą Arytmetyki częśćkę wpływa, i bez niey żadna Arytmetyczna robota złożyć się nie może ; bo kto dodaje, rachuje ; kto liczbę rozmnaża, rachuje, i tak daley.

R O Z D Z I A Ł I.

O rachunkach liczb całkowitych jednego i różnego gatunku.

§ I.

O Rachubie albo liczeniu.

1. **C**O jest liczenie ?

Jest wyrażenie ceny danej liczby ; tak
22. znaczy dwanaście.

A 1

§. Co

2. Co trzeba wiedzieć, aby cenę danej liczby należyte wyrazić?

Naprawdę: Potrzeba wi dzieć: że każda liczba, bierze swoje znaczenie od miejsca, na którym leży. Tak liczba położona na pierwszym miejscu od prawey ręki, znaczy jedność. Położona na drugim, znaczy dziesiątki; na trzecim: sta; na czwartym: tysiące; na piątym: dziesiątki tysięcy; na szóstym: sta tysięcy; na siódmym: miliony; na osmym: dziesiątki milionów; na dziewiątym: sta milionów; na dziesiątym: tysiące milionów, i tak dalej.

Powtóre: Do łatwego liczby danej wyrażenia, wiele pomoże, całą owę liczbę, zaczawszy od prawey ręki, na części podzielić kryskami tak, aby w każdej przedziałce trzy liczby zamakały się. Po każdej takowej krysce, idą sta, ztą różnicą; iż po pierwszej krysce, od prawey ręki, idą sta proste, po drugiej sta tysięcy; po trzeciej sta milionów, i. t. d.

Przecie: Jeżeli liczba do zachowania dana będzie obzarniejsza, trzeba prócz tego, nad każdą liczbą siódmą, zaczynając zawsze zachować od liczb pojedynczych, kłaść kryskę; nad pierwszą siódmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. i tak dalej. Jedna kreska będzie znaczyła miliony, dwie: biliony, trzy: tryliony, i. t. d.

Niechay będzie liczba następująca dana do zachowania:

5,925,624,970,503.

Tę liczbę namierzonym dopiero sposobem dzielę, i mam pięć przedziałek; że zaś pięta prze-

przedziałka ma tylko jedną figurę, znać, że tam nie masz stów i dziesiątków. Potem nad każdą liczbę stoową kładę znak millionowy; w pusty przedziałek przypadają billiony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć billionów, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy millionów, sześćset dwadzieścia cztery miliony, dziewięćset siedemdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czóm te miejsca napelniać, które się w wymawianiu liczby opuszczają?

Napelniać je potrzeba zerami. Tak gdy mam wyrazić: dwa milliony, pięćset cztery tysiące, trzydziści sześć złotych; p nieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkowych tysięcy, i stów prostych, zaczem na ich miejscu kładę zera, i tak daną liczbę piszę:

2,504,036.

Podobnież: dwa ziesięć millionów, sto trzydziści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, miejsca opuszczone zerami dopełniam, i tak piszę:

20,130,014.

§. II.

1) Dodawaniu liczb tak jednego, iako i różnego gatunku.

4. **C**O jest dodawanie czyli Addycja?

Jest to wzięcie liczb w jedną sumę zebranie np. 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycji terminy zowią, i iak się układają?

1. Liczby, które mają być zbierane, zowią się liczby dane. Liczba zaś, która z zebrania

brania wyniku, zowiesz się kwota, albo summa generalna. Z te dy summa powiesz, że z liczby danyh, jak z części swych, nie t. t. trzeskied. s. q. stąd wynika, iż części owe spłn. w sumie mia-ś-ć się powinny, tak ż. by w sumie powsze-chney, nie ani mniej, ani więcej nad nie, nie znajdowało się. Tak b. orąc wspomn. przykład: w sumie generalney 10, nie wię-cej, ani mniej się znajduje nad dwa, trzy i pięć, i wszystkie te części z niey odejmą-wszy, summa cała bez żadney reszty wynosi.

II. Liczby dane porządkie układają się te-ldac po drodze, to jest: jednocy pod jednoscia-mi, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod sta-mi, tysiące pod tysiącami, tys. t. t. m., ż. by się zyskało z dziesiątkami, a bo z jedn. stami przez omyłkę niepomieszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożony, liczyką je po krys. m., pod każdą sumą powszechną pisać będą; cz. m. s. q. sta-mie, iż summy generalney z częściami ich nie zmierzam.

6. Jak się odprawia Addycja?

Liczy dane, od prawey ręki zaczynasz, zbierasz kolumnami do góry; t. t. t. t. p. o. i zbierasz jednocy, i pisać pod jednosciami; potem sta, i pisać pod stami, i tak dalej. Jeżeli liczby z jedn. kolumny zebrane, wię-cy wynoszą nad dziesiątę, to liczbę resztową od prawy ręki, czyli pośrednią pod liczyką pisać pod dziesiątki razem z następującą kolu-mną zbierasz, czyli dodajesz:

Przykład I. Chcąc wiedzieć ile lat od zało-żenia miasta ułęgło aż do roku 1993 nwa-żym, iż według Wznomna, Rzym był założo-ny na lat 753. przed Narodzeniem Chrystu-

zas; od Chrystusa zaś Narodzenia do roku danego upłynęło lat 1793. Uważam więc te liczby, tak:

Liczby	733
daną	1793
<hr/>	
Summa	2546.

Zbieram dane liczby, zaczynając od kolumny pierwszej liczb pojedynczych, i mówię: trzy a trzy, czynią 6, piszę 6 pod kolumną liczb pojedynczych. Potem idę do kolumny dziesiątków, i mówię: 9 a 5, czynią 14, piszę pod drugą kolumną 4, a jedno od 14 się ujęte przenośzę, i mówię: 1 i 1, czynią 2, piszę pod trzecią kolumną 2, a jedno przenoszę do następującej kolumny, i mówię: 1 a 1, są 2, które piszę pod czwartą kolumną. Tym sposobem dane liczby w jedną sumę zebrałem, która czyni dwa tysiące pięćset, czterdzieści sześć lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu do roku danego upłynęło.

Przykład II. Chcąc wiedzieć, jak dawno świat stoi, tak sobie postępuję:

Od stworzenia świata do potopu wyszło lat	-	-	-	-	1656.
Od potopu do zbudowania Kościoła Salomenowego	-	-	-	-	1344.
Od zbudowania Kościoła Salomona do Narodzenia Chrystusa lat	-	-	-	-	1000.
Od Narodzenia Chrystusa do roku danego	-	-	-	-	1793.

Zebrałe dane liczby czynią lat: - 5793.
 Od Stworzenia więc Świata do roku danego; upłynęło już lat: - 5793.
 Do-

Dotąd o dodawaniu liczb jednego gatunku mówiliśmy, teraz mówić będziemy o zbieraniu liczb różnego gatunku.

7. Jak się czyni Addycja w liczbach różnego gatunku?

1. Tak jako w liczbach jednego gatunku; na to i tak, prócz zwyż opisanego, co do ułożenia liczb podług siebie, pomniemy też, że potrzeba; ażeby i z tego samego gatunku porządknie jedne pod drugimi w swoich kolumnach pisane były, iako się to zaraz w przykładach pokaże.

11. Jeżeli liczby niż z tego gatunku zebrane, wystarczają na złożenie liczby wyższego gatunku, zaraz je do liczb owego gatunku przenoszę, a na ich miejscu pod niższym gatunkiem piszę resztę, od złożenia wyższych liczb pozostałą, albo też zero 0, lub kropkę, kiedy reszty żadnej niemasz. Damy następujący przykład:

	złote.	grosze.	szeląg.
Raz wydałem	12	10	2
Drugi raz	6	24	1
Trzeci raz	15	9	2
Summa wydatku	34	24	2

Znoszę dane liczby, zaczynając od najniższego gatunku, który tu jest szelągów, i mówię: dwa a jeden, są trzy, a dwa, to pięć. Pięć szelągów czynią grosz 1 i szelągów 2. które pod kolumną szelągów podpisuję, a grosz 1. przenoszę do groszów, i mówię: jeden grosz z zebranych szelągów, a 9, to 10, a 4, to 14, podpisuję 4 pod jednoskami groszów, a dziesiątek 1. do dziesiątków przenoszę, i mówię: 1 a 2, są 3, a 2, są 5, piszę

szę całe 54. na stronie. A że 54 grosze, czynią mi złoty 1. i groszy 24. więc 24 pod groszami podpisuję, a złoty jeden do złotych przenoszę, i mówię: 1. złoty poz stały, a 5, są 6, a 6, są 12, a 2, są 14, piszę 4 pod jednością złotych, a jeden dziesiątek znoszę z następującą kolumną dziesiątków, i mówię: 1, a 1, są 2, a 1, są 3, piszę 3 pod ostatnią kolumną ku lewej ręce. Wychodzi tedy summa wydanych pieniędzy następująca: złotych 34. groszy 24 szelągów 2.

8. Kiedy ściany do zebrania dane będą bardzo długie, jak sobie uł twić Addycyą?

Gdy ściany do zbierania dane będą arcy długie, jak się trafia w rejestrach, które się ściągami zbierają, tak iż liczb w jednej kolumnie zamkniętych, pamięcią obić trudno. W ten czas ułatwić sobie Addycyą, dzielę ściągę jedną na kilka podziłów. Te przedziały napród w summy częściowe zbieram, a potem też summy częściowe w jedną generalną sumę znoszę. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

złote.	grosze.	szel.	
10	15	1	Pierwszy przedział
136	24	2	Summa częściowa
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr: sz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa częściowa
11	25	2	z niego.

5	26	1			
52	20	2			
15	15	2			
64	18	1			
19	27	2		zł: gr: sz:	
6	21	-		235 29 1.	
<hr/>					
złote.	grosze.	szel.			
43	14	1			
7	21	2			Trzeci przedział
10	5	-			Summa częściową
13	12	1			z niego.
4	9	1			
14	15	-			
20	10	2			
2	15	-			
				zł: gr: szel:	
				116 13 1.	
<hr/>					
631	5	1			Summ: całkowita z
					summ częściowych
					zebrana.

9. Jaki jeszcze być może sposób łatwego zbierania ścian choćby najdłuższych?

Ten na tępnący: Zaczynam zwyczajnie rachować od ostatniego gątnika, i wędzie, gdzie liczby dodane wynoszą dziesięć, na boku kładę kryškę, lub też na innym papierze, zwłaszcza, gdy rejestra zroszę, resztę od dziesiętna pozostałą, z dalszemi liczbami dodaję. Całą kolumnę skończywszy, to co się nad ostatni dziesiątek zostaje, pod tą kolumną piszę. Dziesiątków do przeniesienia na drugą kolumnę tyle mam, ile jest krytek na papierze oznaczonych. Dziesiątki zaś proste, do dziesiątków prostych dodaję, dziesiątki stów, do stów, dziesiątki tysięcy, do tysięcy it.d. Na koniec z dziesiątków niższego gątniku, tyle liczb wyż.

PRAKTYCZNA.

11

wyższego gatunku, i t. d. zła, złotych, resz-
tę pod kolumną dziesiętkową podług: np.
złote. grosze. szel:

240	24-	2
12	15	-
116-	18	1
54	27-	2
83	12	1
15-	9-	2
4	26	1
13-	8-	-

326	Liczy pozostałe
1111	na dziesiątki.
23	Trzy kryki ze-
556	brane z pier-
	wszej kolumny
	złot:
	Dwie z drugiej
	kolumny złot:

556 22 -

10. Jaka jest Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna i niezawodna
czyni się przez Subtrakcję, o której że ie-
szcze nauki nie dało się, więc tę probę niżej
wyłożymy, gdy Subtrakcyi robienia sposób
pokazany będzie.

Imi doświadczają Addycyi przez wyznu-
cie każdej liczby dziesiętnej, tak z liczb do
zobrania danych, jako i summy; ale ten spo-
sób doświadczania, iż często bywa mylny,
dla tego się opuszcza.

Najpowszechniejsza Addycyi proba, i kró-
tą się w zbieraniu liczb dziesiętnych po-
policie zachowanie, jest ta: powtórzyć znową
raz samo dodawanie, odmieniając tylko zach-
owanie, to jest: zbierając kolumny z gór na dół,
jak się wprzód z dołu do góry zbierały. Je-
żeli też sama summa wypadnie, znak i st do-
brze i należyce uczynionego dodawania. Je-
żeli by zaś summa różna wypadła, to trzeba ie-
szcze ponowić dodawanie, póki się summy
z sobą nie zgodzą. Nieobłądajmy przykła-
dem

tem tego sposobu próby, bo sam przez się jest jasny.

Inne doświadczenia Addycyi sposoby, które w Arytmetykach nie dość, pomijamy, jako bardziej Szkolne niż użyteczne.

§. III.

O Odejmowaniu liczb tegoż samego, i różnego gatunku.

11. **C**O jest odejmowanie, czyli Subtrakcyja? Jest odciąganie liczby mniejszey od większey. Albo: jest wyłączenie między danemi liczbami przewyżki, czyli różnicy, którą liczba większa, liczbę mniejszą przewyższa. Naprzykład: odciągając 2 od 5 sztuk takiej liczby, którą 5 i 2 między sobą różnią się; to jest: która dodana do 2, czyni 5, a odjęta od 5, czyni 2. I tak w terazniejszym przykładzie jest 3.

12. Jak się terminy w Subtrakcyi zowią, i jak się kładą?

1. W subtrakcyi ta liczba, od której odciągamy, zowie się: większa; ta którą odciągamy, zowie się mniejsza. Liczba z odciąganiem wypadająca, zowie się reszta, różnica, albo przewyżka. Liczby do odciągania dane, obiedwie jednego gatunku być powinny, inaczey odciągnaćby się nie mogły. Liczba albowiem mniejsza jest częścią liczby większey, częśc zaś zawsze powinna być podobna rzeczy tej, której jest częścią.

11. Liczba większa kładzie się na wierzchu; liczba zaś mniejsza, kładzie się na spodzie, zachowując w ułożeniu liczb tenże sam porządek,

rzadek, co i w odwróci; potem oblicz wie te liczby liniąką się pokryślą.

13. Jak się dalej robi Subtrakcyą?

1. Ułożony należyte liczby odległem, zaczawszy od prawa, kolumnami, iedaż od jedności, dziesiątek, od dziesiątkow, sta i setów. Jeżeliż zaś na miejscu widziym było zero, lub liczba mniejsza od niższej, którą mam odciągać, w ten czas z sąsiedniej kolumny pożyczam dziesiątkę, i tę licząc, od której pożyczalem, naczaczam dla pamięci kreskę. Pożyczając o liczby wyższej, ta zmniejsza się jednym; przeciwnie zaś liczba niższej, indno przynasta, gdy od niej pożyczam. Gdyby zaś w rzędzie wierzchnym było zero, od którego trzeba by mi pożyczac, albo ogółem kilka zerów, to posiągam się aż do liczby rzetelnej, i pożyczam jednego dziesiątkę, to jest: albo sta, albo tysiąca; pierwsze zero w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyło dziesięć, insze zaś zera, aż do liczby rzetelnej, będą znaczyły po dziewięć.

11. Odciągawszy liczbę niższą od wyższej, gdy się nic nie zostaje, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę zero 0, przy koncu zaś od lewey, kładę liniąkę podługową.

Przykład 1. Chcąc wiedzieć, ilek dawało w Polzce sól ziemna wynal rionas; przypominam sobie z Historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydlwego Roku P. 1251. Kładę tedy na wierzchu rok np. 1793. a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposób:

Liczba większa	1793.
mniejsza	1251.

Reszta

542

Jest

Jest tedy 542. lat, iak sól w Bochni jest odkryta.

Przykład 11. Złączenie Litwy z Polską zupełne, odcygać zaczęło w Lublinie za Zygmunta Augusta Roka 1569. którego w odcygać widać lat przeszło od tego złączenia do roku 1793. kładę w pierwszym rządzie Rok dany 1793. a w drugim Rok wspomniany tak:

Liczba większa 1793.

mniejsza 1569.

Różnica

224.

W tym drugim przykładzie zaczynając robotę, pojmuję 9. od 3. odcygać nie mogę, zaczął przyćmam dziesiątkę od następującej liczby w drugiej kolumnie, to jest od 9. które naznaczam kropką dla pamięci, i mówię: 9. od 13. zostało się 4. które pod jednością niżej linijkę piszę. Potem mówię: 6 od 8, zostało się 2, piszę te 2. pod drugą kolumną. Dalej mówię: 5. od 7, zostało się 2, piszę te dwa pod trzecią kolumną. Nak nie mówię: 1 od 1, zostało się nic, kładę pod ostatnią kolumną linijkę postugowatą, bo już więcej liczb nie masz do odcyganina. Dochodzę tedy, iż do roku danego jest 224 lat, iak Litwa ściśle z Polską złączona.

12. Jeżeli liczb cząstkowych do odcyganina z summy generalney danych będzie kilka, co na ten czas czynić potrzeba?

Na ten czas wszystkie liczby cząstkowe do odcyganina dane, wprzód w jedną sumnę zbieram, toż dopiero sumnę z nich złączoną, od summy generalney odcygam, sposobem wyżej.

wydatki przepisanym: np. Wziął kto na expens
złoty

Złoty wydatk raz :	-	25.
drug raz :	-	10.
trzeci raz :	-	12.
czwarty raz :	-	56.

Chce wiedzieć wiele mu się jeszcze pieniędzy
na expens zostaje.

Czyli owe summy zbieram w jedną,
mam zł:

127.

Teraz odciągamy od summy ieneralney

164.

123.

Reszta pieniędzy na expens zł: 41.

Ale już pójdźmy do odciągania liczb różnego
gatunku.

15. Kiedy liczby różnego gatunku dane będą
do odciągania, jak się czyni Subtrakcyą?

Tak jak w liczbach jednego gatunku. Na to
tylko baczną być należy, ażeby gatunki
pod gatunkami, jak w Addycyi, porządnie
pisać. To uczyniwszy gatunek od ga-
tunku odciągamy, a resztę pod kolumnami swo-
jemi podpisujemy. Jle razy z s liczba niższa, wię-
ksza będzie od wyższej w tym samym gatun-
ku, a zatem odciągając się nie może, w ten
czas z następującego wyższego gatunku, po-
życzamy jedności, i sprowadziwszy ją na ten-
że sam gatunek, który odciągamy, znoszą to
z liczbami w tymże samym gatunku na miej-
scu wyższem będącemi, i dopiero od nich li-
czbę niższą odciągamy. Jaśniej w następują-
cych przykładach to się okaże:

Przykład 1. Piotr winien Pawłowi złotych
64, gr: 12. Wyplacił mu już złot: 36, gr: 15.
szedł:

szel: 2. Chcę wiedzieć ile mu jeszcze winien? Kładę większą liczbę w pierwszej linii, a mniejszą w drugiej, tak:

	złote.	grosze	szel.
Liczba większa:	64	12	-
Liczba mniejsza:	36	15	2

Reszta długa: 27 26 1

W tym przykładzie, ponieważ na miejscu wyższem w ostatnim gatunku, że są ów mniejsz, pożyczam więc od wyższego gatunku, to jest: od groszy, grosza i który na szelągach obrotowy, odciągając od nich szelągi z na miejscu niższem położone, zostaje się szeląg 1. który piszę pod kolumną szelągów. Potem pomykam się do wyższego gatunku groszów. A ponieważ 5. groszy od 1. (gdym już od 2. jednego pożyczyl) odciągać nie mogę, pożyczam dziesiątkę, i mówię: 5. od 11. zostaje się 6. które piszę pod pierwszą kolumną groszy. W drugiej kolumnie groszów, ponieważ już nie na miejscu wyższem nemasz (gdym jednego dziesiątkę, który tam był, już pożyczyl) i jednego, który leży na miejscu niższem, odciągać nie mogę; zatem od kolumny złotych pożyczam złotego jednego, i sprowadzam go na groszy 30; toż jeden dziesiątek na dole leżący od 3. odciągamy, i zostaje się 2, które piszę pod dziesiątkową groszy kolumną. Następnie idę do złotych, i ponieważ 6. od 3. odciągać nie mogę (bo od 4. pożyczyl 1) pożyczam od następującej kolumny złotych, dziesiątkę, i mówię: 6. od 13. zostaje się 7. które piszę pod linią; potem: 3. od 5. zostaje

staie się 2, które także piszę pod linią, postępując ku lewej; a mam wypadając resztę należącego długi: złotych 27. groszy 26. szeląg 1.

Przykład II. Dano mi na expens złotych 85. Z tych wydałem złotych 54. gr: 24 szeląg 1. Różnę wiedzieć, wiele mi się jeszcze zoltaie?

	złote	grosze	szel:
Liczba większa	85.	-	-
Liczba mniejsza	54	24	1.
Reszta pieniędzy:	39	5.	2.

W tym przykładzie, ponieważ summa większa nie ma groszy, ani szelągów w szczególności wyrażonych, od którejby grosze i szelągi w mniejszej liczbie położone odciągnąć, przeto w summie większej, od złotych jednego złotego pożyczam, i obracam go na groszy 30. Z tych 30 groszy, biorę znowu grosz 1, i obracam go na 3. szelągi; tym sposobem, mam już od czego odciągnąć wszystkie gatunki w niższej liczbie położone; właśnie tak gdyby liczba większa tak była wyrażona: dano mi złotych 84. groszy 29 szelągów 3. Później czyni się Subtrakcyą sposobem wyżej podanym.

16. Na co jeszcze w odejmowaniu względnie potrzeba?

Na to: kiedy się trafi, iż summa zebrana z liczb danych do odciągania, przewyższa summę, od której należałoby odciągać, co się często w rejestrach expensowych traфіć zwykło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam tak, żeby summa ienerałna drugie miejsce trzymała; bo w tym razie nie szukam reszty,

ale wydatku nad samę perceptę: n p. Wzią-
łem na expens złotych 147. groszy 15. Wy-
dałem zaś złotych 167. groszy 20.

Układam tak:	złote	grosze
	167	20.
	146	25.

Wydałem nad perceptę: 21 5.

17. Jak się doświadcza Subtrakcyą?

Doświadczenie Subtrakcyi należyście uczy-
nionej najgruntowniejsze, czyni się przez
dodanie liczby mniejszey i różnicy, czyli re-
szty, która summa liczby większey równa być
powinna. W subtrakcyi albowiem liczba
mniejsza, która się od liczby większey odcia-
ga, i reszta po odciągnięciu pozostała, są dwie
części istotne, z którysh liczba większa, od
którey odcągamy, składa się. Zaczem sum-
ma z tych dwóch części między sobą znie-
sionych wynikająca, danej liczbie większey
we wszystkim równa być powinna: jeżeli
zaś z nią nie zgadza się, znak jest omyłki ia-
kieys w Subtrakcyi. Doświadczenie to zasa-
dza się na owej prawdzie Jeometryczney:
Rzecz cała równa jest wszystkim swoim czę-
ściom wraz wziętym; i wszystkie części wraz
wzięte, wyrównywały rzecz cała, której są
częściami. Niech będzie przykład następujący:

	złote	grosze	szel.
Percepta - -	45	24	1.
Expensa - -	32	12	2.
Reszta - - -	13	11	2.

Summa reszty z liczbą

mniejszą zniesionej: 45 24 1.

Iasze Subtrakcyi próby, iako mniey potrze-
bne, pomijam. 18.

18. Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyę o czem wyżej (na kar. 11.) namięnim?

Sposobem następującym: po uczynioney Addycyi, jedną z liczb pojedynczo danych odcinam, a wszystkie inne, prócz niej zbieram, i od kwoty, czyli summy generalney odciągam. Reszta od summy po odciągnięciu pozostała, powinna być równa we wszystkich swoich częściach liczbom owej jednej z liczb danych odjętej, inaczej, znaczy był Addycyi złe ułożenie, zaś do tego doświadczenia ta jest: w Addycyi liczby do zniesienia dane, wszelkie w summie generalney zamykają się, a zatem summa owej się częściami tak, że z nich każda równie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nie innego nie jest, tylko pokazać, iż summa generalna wszystkich liczb, dane spełnia w sobie zamyka, a zatem liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie jest równa. To doświadczenie służy za się na owej prawdzie niezawodney i geometryczney: Jez li z danych dwóch summ, lub trzech i kilkunastu we wszystkim sobie równych, odejęte będą inne we wszystkim między sobą równe summy lub reszty, reszty od nich pozostałe równe być powinny. Jako następujący przykład ukazuje i stwierdza:

	złote	grzesze	szel.
Odcinam: 24	24	12	2.
Zbieram: 10	10	15	1.
	3	21	2.
Summa generalna:	38	19	2.
	52		Zbiór

złote grosze szel.

Zbiór dwóch liczb
niższych: 14 7 —

Reszta: 24 12 2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do zniesienia danych, odejmwszy n. p. pierwszą, a drugie dwie razem zebrane od summy ieneralney odejmgnawszy, reszta wypadająca, liczbie pierwszej odejmej równa się zupełnie.

Przestroga. Com wyżej w Addycyi powiedział, to samo teraz powtarzam, iż najlepszy i najpospolitszy sposób doświadczania reguł Arytmetycznych należycie uczynionych jest, po uczynionej pierwszej rachubie, drugi raz unęć z zupełną powtórzyć uwagą, rachując z góry na dół, jeżeli się przedtem z dołu rachowało.

§. 4.

O mnożeniu liczb iednego i różnego gatunku.

19. **C**O jest mnożenie, czyli multiplikacya?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie, z których liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiej mieści się iedno. Na przykład: mnożyć 3. przez 2. nic innego nie jest, tylko wynaleść taką liczbę, w której tyle razy mieści się 3. ile razy w 2. mieści się iedno, iaka liczba w tym razie będzie 6. bo iako iedno w 2, tak 3 w 6, dwa razy spełna zamyka się.

20. Jak się liczby, czyli terminy w mnożeniu zowią i iak się kładą?

W mno-

W mnożeniu ta liczba, która się rozmnaża, zowie się: liczba mnożna; ta zaś, przez którą rozmnażam, zowie się mnożyciel. Summa z tego mnożenia wynikająca, zowie się: produkt, albo wieloczyn. Liczba tedy mnożna kładzie się na wierzchu; mnożyciel zaś kładzie się na spodzie tak, aby jedności i jednościom, dziesiątki dziesiątkom, sta stóm odpowiadały. Potém obydwa te liczby liniyką podkryślaiz się. Zera na końcu liczby tak mnożney, jako i mnożyciela, jeśli się jakie znajdą, można przed moltipkacyą odciąć, a potém do produktu na końcu oneż przydać.

11. Jak się odprawia mnożenie?

1. Biorę pojedynczo liczby mnożyciela, i przez wszystkie osobno rozmnażam wszystkie liczby w wyższym rzędzie położone; zaczynając mnożyć od końca, i produkt z nich wypadający niżej liniyki pod kolumnami odpowiadającemi tak, jak w Addycyi, piszę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez jedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami jedności, gdy przez dziesiątki, produkt pisać zaczynam pod dziesiątkami, gdy przez sta, to produkt zaczynam pisać pod stami, postępując coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w mnożycielu, w wielu zamyka się summach, te znowu liniyką podkryślam, i w jedną sumnę zbieram, która pokaże mi produkt generalny.

Przykład 1. Pytam się: Talerów bitych 45. wiele złotych Polskich uczynią? Ponieważ w jednym talerze jest złotych 8. więc przez 8. daną sumnę talerów bitych rozmnażam tak:

Liczba

Liczba mnożona 45.
mnożyciel 8.

Produkt: - - 360.

Zaczem Talerów bitych 45. czynią złotych 360.

Przykład 2. Na jeden tydzień expensując złotych 12, chce wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak:

52 Mnożna liczba.
12 Mnożyciel.

104
52

624 Produkt.

W tym przykładzie, podaję bliższy ułożone liczby linią, zaczynam robotę od ręki prawej, i mówię: dwa razy dwa, są cztery, i kładę 4. pod kolumną jedności. Potem: mówię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dziesiątków, występując jedyną ku lewej ręce. Potem: biorę drugą figurę z mnożyciela, która jest na miejscu dziesiątków, i mówię: raz dwa, są dwa; a że przez drugą figurę mnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiej linii pisać powinienem; że zaś ta figura mnożyciela leży na miejscu dziesiątków, tedy produkt pod kolumną liczb dziesiątkowych i pisać poczynam, i dwa z multiplikacyi wypadające kładę pod zero 0. Potem: mówię: raz pięć, są 5, które pod następującą stów kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych zamyka się we dwóch miejscach, przeto podkryślam tę linią, i do

jedney summy znoszę; która nakoniec pokazuje mi, że za tygodni 52, wydając na każdy złot: 11. wydam złotych: 624.

Przykład 3. Kupując 250. beczek wina, każda po trzysta złotych, pytam ile się za wszystko należy?

250

300

75,000.

W tym przykładzie odcinam zera z liczby mnożney i mnożyciela, rozmnażam tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do którego przydaję odcięte zera, i mam produkt ieneralny: 75,000 złotych, które za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jestże jaki inny robienia multiplikacyi sposób?

Jest piękny i łatwy przez faktory liczby rozmnażającey. Faktory zaś iakiey liczby, są to te liczby, które wzajemnie między sobą rozmnożone, tęż samę liczbę rodzą. Tak np. liczba 12, ma faktory 3, i 4. albo: 6 i 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, i 6, albo 3 i 8, bo mnożąc 6 przez 4, wychodzi 24, a mnożąc 8 przez 3, także wychodzi 24. Zaczém za jedno jest iaką liczbę: np. 36. mnożyć przez 24, iak mnożyć przez 4, a ten produkt znowu rozmnożyć przez 6, to jest: przez drugiego faktora. Łacniey zaś jest mnożyć przez jedną figurę, iak przez dwie lub więcej. Y ten jest faktorów pożytek. Niech będzie następujący przykład:

A.

A 254

1524

B 36

6 drugi faktor.

Produkt ten: 9,144

9,144

Szukam faktorów liczby 36, i mam z Tablicy Pragera 6 i 6, więc przez A rozmnażam naprzód przez 6, a potem 1524, rozmnażam przez drugiego faktora 6. Tym mianowicie podzieliłem 9,144, że za sam, jak gdybym daną liczbę razem przez 36, mnożył.

23. Jaki jest sposób łatwego i szybkiego mnożenia?

Znawożenie liczb danych mnożenia najlepszy sposób jest: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pragera.

Na palcach rąk tak się liczby rachują: każdemu palcowi dają się jedna liczba, to jest uchowemu czyli małemu 1, serdeczemu 2, środkowemu 3, skazującemu 4, wielkiemu 5; i te same liczby rachują się na palcach prawej ręki, a drugie na lewej. Gdy zaś przyjdzie chcieć w jedną liczbę do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7 zginam serdeczny, gdy do 8, zginam środkowy, gdy do 9, zginam skazujący. Palce zgięte z liczą dziesiątki, palce zaś proste pozostają z liczą jedności. Proste więc między sobą mnożę i do rezultatów dodaję, i tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czy i pięć razy siedem: w prawej ręce zginam palec uchowy i serdeczny, mam dwa dziesiątki, te zgięte palców stojących mnożę i mówię: trzy razy pięć (bo w lewej żadnego palca nie zgięto) są 15, dodaję do dwóch dziesiątków, i mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawej ręce cztery palce, i mam 4 dziesiątki; proste palce mnożę: raz pięć, są pięć, dodaję to razem,

zam, i mam 45. Zarównie chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, osm razy dziewięć? Zginam na jednej ręce zaczynając zawsze od 6. trzy palce, na drugiej 4 i mam dziesiątków 7. palce proste pozostale rozmnażam, mówiąc: raz dwa, są 2, znasz to razem, i mam produkt: 72 i tak dalej.

Co się zaś tyczy Tablicy Pitagoresz, od swego wynalazcy tak nazwanej, oto ją masz zrobioną i tak iey używaj: Dwóch liczb zadanych, jednej z góry, drugiej z boku bierz kolumnę: owa liczba, na której te dwie kolumny schodzą się, jest należyty iey produkt: np. gdy chcę wiedzieć, wiele czyni: siedm razy osm; biorę siedm w pierwszej linii górnej, a osm w linii poprzecznej, których liczb kolumny że się schodzą na liczbie 56, zatem 56. jest produktem liczb danych, to jest siedmiu i osmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D

Tablicę Pitagorasa Jan Neper, rodem Szkot, dziwnym przemyśłem rozmnożył, i na ruchome Tabliczki podzielił, za których pomocą i najwęższych liczb mnożenie i dzielenie bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy jest sposób wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, i jak je robisz potrzebą?

Tabliczki Nepera robią się tak: z drzewa lub mosiadzu, albo też z tektury robi się dziewięć najwyższych tabliczek podługowatych czworokątnych. Każda z nich równym wymiarem dłuższą na dziewięć kwadratów małych. Te tabliczki znowu linijką poprzeczną od kąta ręki prawey z góry do kąta ręki lewey nadół, przecinają się na dwa trojgrance, prócz pierwszy tabliczki, na której naturalnym porządkiem liczby piszą się, zaczynawszy od 1, aż do 9, i zowią się wielorazy.

To uczyniwszy, w trojgrance na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpisują się liczby z kolumn tablicy Pitagorezowej tak: aby liczby dziesiątkowe w wyższym trojgrancu od lewey ręki, a jedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka jest czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagorasa wpisywać: np. na jednym boku kolumnę z pód 1, na drugim kolumnę z pód 2, na trzecim z pód 3, na czwartym kolumnę z pód 4. i. t. d. Tabliczki z tektury ponieważ nie są czteroboczne, trzeba ich więcej zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy jedną liczbę brać przyidzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleźć się

się mogła. Tymże samym końcem, na dwóch lub trzech tabliczkach, same tylko zera popisać trzeba, iłi zażywać, gdy tego potrzeba będzie. I tak już do ich używania.

Na wspomnianych tedy Nepera Tabliczkach, tak się czyni, mnożąc liczb wielkich multiplikacyi. Chęć np: 5836. mnożyć przez 492, biorę naprzód tabliczki: B. H. C. F. na których ułożeniu są liczby: 5.8.3.6. do rozmnożenia dane, i układem ich wzduż jedną prz. drugą iem porządkiem, jak cena liczb wyciąga. Potém biorę tabliczkę A z liczbami naturalnymi, i kładę ją na lewym boku tabliczek lub ułożonych, na których znajdują się liczby 4.9.2. z których mnożyciel składa się. Potém: Poprzeczna kolumna liczby 2. która w mnożycielu znaczy jedności, jest produktem z multiplikacyi danej liczby 5836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9. która w mnożycielu znaczy dziesiątki, jest produktem danej liczby, przez drugą figurę mnożyciela 9. poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4. która w mnożycielu znaczy set, jest produktem danej liczby przez trzecią figurę mnożyciela 4.

Teraz zbieram te trzy produkta, a naprzód produkt wynikający z mnożenia przez 2. to jest: biorę naprzód z ostatniego tryguńca 2. i piszę ie na osobney karcie na miejscu jedności; potém w następującym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 i 6. która czynią 7. piszę ie na miejscu dziesiątków. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6. i piszę na miejscu setów; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 i 0, co ma
czy.

czyni 1. piszę go na miejscu tysięcy: następnie z ostatniego od lewej ręki trygnańca biorę 7, i piszę go na miejscu dziesiątków tysięcy; wychodzi mi cały produkt z mnożenia danej liczby przez 2: 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, i mam produkt: 52524. że zaś 9 w mnożycielu znaczyły dziesiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dziesiątków. Następnie zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, i mam produkt: 23344, i zaczynam go pisać od kolumny stów, bo 4, w mnożycielu znaczyły sta:

11672

52524

23344

Te trzy produkta częściowe zebrawszy, mam na koniec danych liczb produkt całkowity.

 2,871,312

PRAKTYCZNA
T A B L I C Z K I
NEPERA SZKOTA

29

A. E. H. C. F.

B. D. G. I. K. L.

1	5	8	3	6		2	4	7	9	0	0
2	¹ 0	¹ 6	6	¹ 2		¹ 4	¹ 8	4	8	0	0
3	¹ 5	² 4	6	¹ 8		¹ 6	² 2	² 1	7	0	0
4	² 0	² 2	¹ 2	² 4		¹ 8	² 6	³ 8	6	0	0
5	² 5	⁴ 0	¹ 5	³ 0		¹ 0	² 0	³ 5	⁴ 5	0	0
6	³ 0	⁴ 8	¹ 8	³ 6		¹ 2	² 4	³ 2	⁴ 4	0	0
7	³ 5	⁵ 6	² 1	⁴ 2		¹ 4	² 8	³ 9	⁴ 3	0	0
8	⁴ 0	⁶ 4	² 4	⁴ 8		¹ 6	³ 2	⁵ 6	⁷ 2	0	0
9	⁴ 5	⁷ 2	² 5	⁴ 7		¹ 8	³ 6	⁶ 3	⁸ 1	0	0

Tęgo sposobu możemy, w takich orzaki-
wie liczb na tabliczkach Nepera, można zaró-
wnie zażyć w rozmnożeniu liczb różnego ga-
tunku, ale wprzód wszystkie gatunki na jeden
zbie, lepiej podobno będzie; o których to li-
czbach różne gatunki w sobie zamykających
mówić teraz będziemy.

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb różnego gatunku trafić się mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy przypadki trafić się mogą, to jest: iż albo sama mnożna liczba będzie złożona z liczb różnego gatunku, albo sam mnożyciel, albo nakonnec i mnożna, i rozmnażająca liczba będzie w sobie zamykała różne rzeczy gatunk.

26. Jak sobie w każdym z tych trzech przypadków postąpić potrzeba?

I. W pierwszym przypadku gdy sama mnożna liczba, i różne gatunki w sobie zamyka, tedy przez mnożyciela, który się z jednego gatunku składa, każdy gatunek wlicznie do mnożenia danej rozmnażam, a po odprawionem mnożeniu wszystkich gatunków, niższe gatunki niż wyższy gatunek sprowadzam i będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

Przykład. Czerwony złoty podług redukcji R. 1775. zamyka w sobie złotych 16 i groszy 22. Ile czerw. złotych 12. wiele złotych uczynią? Ułożę sobie dane liczby podług zwyż przepisane go prawa, a mnożyciela pod obudwoma gatunkami podpisuję, tym sposobem:

	złote	grosze
	16.	22.
Czerw: złotych	12.	12.
Produkt złotych:	192.	264. groszy.

Groszy 264: sprowadziwszy na złote, dzieląc przez 30. groszy, mam złotych 8. i groszy pozostałych 24. Dodam złote do złotych i mam ogółem złotych: 200. i groszy 24. które wynikły z czerwonych złotych 12.

PRAKTYCZNA. 31

II. W przypadku drugim, kiedy mnożyciel z wielu gatunków, a liczba mnożna z jednego składa się, podobnie przez każdy gatunek mnożyciela rozmnażam osobno liczbę do mnożenia daną, a po skończeniu mnożenia, gatunki niższe, na gatunek wyższy obrócone, pokazą produkt ieneralny.

Przykład: Kiedy sukna płacę po złote 3. gr: 14. pytasz wiele dać powinienem za tegoż sukna łokci 26? Układam dane liczby, i dwa razy piszę liczbę mnożną, tak:

Łokcie	26.	26.
Złote	- 3.	gr: 14.

Produkt: - 208. 364.

Sprawdzam teraz grosze 364. na złote, dzieląc je przez 30, i wychodzi złotych 12. i groszy 4. Dodaję złot. do złotych, i mam cały produkt: złotych 220. gr: 4. które za 26. łokci sukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku, kiedy tak w mnożycielu, iako i w mnożney liczbie będą różne gatunki, w ten czas wszystkie gatunki w obudwóch liczbach, na nayniższy gatunek obracam, i dopiero mając liczby obiedwie do jednego gatunku sprowadzone, mnożę je między sobą: produkt zaś z rozmnożenia wypadający, na naywyższy gatunek sprowadzam. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groszy 9. Pytam ile zarobi przez rok i dni 20.

W tym przykładzie obracam naprzód rok na dni 365. do nich dodaję dni 20, i mam wszystkich dni 385. Potém sprowadzam złotych 2. na groszy 60. do tych dodaję groszy 9. i mam razem groszy 69. Nakoniec te li-

czby

czyby rozmnożywszy i na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych :

385.

69.

3465.

2310.

Produkt groszy: 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc je przez 30. i będę miał złotych 885. a gr. sz. 15. Tyle więc w.p. mniomny rzemieślnik zarobi na rok cały i dni 20. Odcinając atoli święta, w które nie robił, mały mu zysku wypadnie.

2. Jaki jest sposób na doświadczenie dobrze odprawionego mnożenia?

Na doświadczenie dobrze odprawionego mnożenia sposób najlepszy jest przez dzielenie, który nżej objaśnimy, gdy o dzieleniu dost. teczną naukę damy.

Przebiega: W mnożeniu zarówno jest tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze jedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się daie.

§. 5.

O dzieleniu liczb tak iednego, iako i różnego gatunku.

28. **C**O jest dywizya czyli dzielenie?

Jest wynalezienie liczby takiej, która pokazuje, ile razy ze dwóch liczb do podzielenia danych, liczba mniejsza w liczbie większey

większy brać się może: np: dzieląc 9. przez 3. wypadnie 3. które mi pokazuje, że 3 w 9 mieszczą się trzy razy.

Albo też: dywizya; jest wynalezienie liczby takiej, która tyle razy zamyka w sobie jedno, ile razy w liczbie podzielnej, dzielnik czyli liczba, przez którą dzielić, mieści się. Tak np. dzieląc 8. przez 4, szukam takiej liczby, w której tyle razy zamyka się jedno, ile razy cztery w osmiu mieści się; taka liczba w danym przykładzie jest 2.

29. Jak się liczby w dzieleniu nazywają, i jak się kładą?

1. Z liczby do podzielenia danych, liczba większa, którą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mniejsza, przez którą dzielić, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dzielenia wynikająca, zowie się: wieloraz (*Quotiens* albo *Quotus*.)

2. Układają się zaś wspomniane liczby tak: liczba dzielna kładzie się we środku; od lewej ręki kładzie się dzielnik, kórką od dzielnej liczby odłączony; na prawej ręce za króstką kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się w jednej linii.

30. Jak się odprawia dzielenie?

Naprzód: Z liczby podzielnej, zaczynając od lewej ręki, ucinam tyle figur, ile ich jest w dzielniku, które jeżeli mniej wynoszą od dzielnika, przydaję im jeszcze jedną następującą figurę; a dla pamięci króstkę przy niej kładę. Potem uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może i liczbę to wskazującą piszę na prawej ręce, za częścią pierwszą wieloraza.

Powtóre: Przez tę część wieloraza mnożę całego dzielnika, a produkt wynikający odciagam od figur z liczby podzielnej odciętych.

Trzecie: Do reszty, jeżeli się jaka zostła, która od dzielnika zawsze mniejsza być powinna, składam następującą nową figurę z liczby podzielnej, naznaczywszy ją kropką, i uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; i takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

Pozwarte: Przez tę drugą część wieloraza mnożę znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, którem dopiero dzielił, podłożywszy, odciagam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielnej następującą figurę, i uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez którą mnożę znowu całego dzielnika, i tak dalej czynię, póki wszystkich liczb podzielnych nieprzejdę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielnej liczby składam, a dzielnik w niej brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę zero i składam zaraz drugą figurę z liczby podzielnej i obiedwie przez dzielnika razem dzielę.

Po skończonem dzieleniu, co się od ostatniego odciągnięcia zostaje, wyraża się przez liczbę łamaną, której licznikiem będzie reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, przydając i te figury, jeżeli które przed dzieleniem odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; i stąd to rodzaj się łamane liczby.

Przy.

Przykład: I. Czyli zostawnie 5. synom 14,675. złotych; pytam wiec na każdego przypadnie? Układam liczby według danej nauki:

Dzielnik.	Liczba podz.	Wieloraz.
5	14,6,7,5,	2935.
	10	
	46	
	45	

$$\begin{array}{r}
 -17 \\
 15 \\
 \hline
 -25 \\
 25 \\
 \hline
 \end{array}$$

W tym przykładzie, ponieważ dzielnik 5 w 1. brać się nie może, zaczęm odcinam dwie figury z liczby podzielney, i mówię: 5 w 14, zamyka się dwa razy, piszę 2. za pierwszą część wieloraza, i rozmnożywszy 2 przez 5. czynią 10, ten produkt odciągamy od pierwszych dwóch figur liczby podzielney i zostaje mi się 4. do których składam następującą figurę 6 z liczby podzielney i mówię: 5 w 46. mieści się 9 razy; piszę 9 za drugą część wieloraza, a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 9, wypada 45, ten produkt odciągamy od 46. zostaje się 1, składam do niego następującą figurę 7 z liczby podzielney i mówię: 5. w 17, biorę 3, piszę to 3. za trzecią część wieloraza; a rozmnożywszy dzielnika 5. przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągamy od 17, zostaje się 2, do których składam z liczby podzielney ostatnią figurę 5, i mówię: 5 w 25. zamyka

się 5. razy, piszę 5, za czwartą część wieloraz, i rozmnożywszy 5. przez 5, wynika 25. które odciągając od 25, nic się nie zostaje. Z owej tedy sumy przypadnie każdemu synowi po złotych: 2,935.

Przykład II. Kupiłem postaw sukna czyli łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wiele złotych każdy łokieć przypadnie?

Dzielnik.	Liczba podz.	Wieloraz.
32	258.	8 + $\frac{1}{2}$
	256	
	-- 2	

W tym przykładzie ponieważ się po odciągnięciu 2 zostały, piszę je przez ułomek, sposobem wyżej podanym $\frac{1}{2}$. Za każdy więc łokieć przypadnie po złot: 8, i po dwie części jednego złotego, podzielonego na 32. części, co uczyni około po dwa grosze.

31. Jaki jest sposób skrócenia, i ułatwienia sobie dywizyi?

Kiedy na końcu dzielnika zero iedno, lub więcej będzie, w ten czas dla skrócenia i ułatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku mogą je odciąć; tyleż figur, albo zerów z liczby podzielney od końca odcinając.

Przykład I. Groszy 12,840, chcąc obrócić na złote: dzielę tę sumę przez 30, bo ieden złoty tyle groszy w sobie zamyka.

Dzielnik.	Liczba podz.	Wieloraz.
3(0	12,8,4,(0	428.
	12	
	- 8.	
	6	
	- 24	
	24	
	- -	

W tym przykładzie odcinam zero i w dzielniku i w liczbie podzielnej; i dzielę tylko przez 3. co mi jest daleko łatwiej, aniżeli przez 30. Wieloraz zaś bynajmniej się przez to nie odmienia, bo ile się figur odejmuje dzielnikowi, tyleż i liczbie podzielnej, zatem żadna się im uyma nie czyni.

Przykład II. Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik. | Liczba podz. | Wieloraz.

3(0	16(4	5 $\frac{16}{30}$
	15	
	- 1.	

W tym przykładzie ponieważ po odejściu zostało się jedno, składam do niego 4 odcięte i piszę za licznika; a całego dzielnika kładę za mianownika tak: $\frac{4}{30}$. Wspomniane więc dni uczynią mi miesięcy 5, i jeszcze się zostaje dni 14.

32. Jak inaczej można robić dzielenie?

Można także robić dzielenie przez faktory dzielnika. Faktory zaś jakiej liczby, iakośmy wyżej w mnożeniu powiedzieli, są to te liczby, które między sobą rozmnożone, też samą liczbę rodzą.

Przy-

Przykład. Na 240 wlok nakazano przewieźć żyta kory 30, czyli garcy 960. Chce wiedzieć Kommissarz ile na każdą włokę garcy wypadnie?

$$\begin{array}{r|l} \text{Faktor 1.} & \\ \hline \text{Dzielnik } 24(0, & -6 \left| 96, (0 \right. \quad 16. \\ & \quad \quad \quad 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 36 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{Fakt: 11. 4.} & \left| \begin{array}{l} 16, \\ 16 \end{array} \right| \quad 4. \\ \hline \end{array}$$

W tym przykładzie odcinam naprzód zero z dzielnika i z liczby podzielnej. Potem byłbym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24, dla łatwiejszej roboty, dzielić ją przez faktory dzielnika, 6 i 4, gdyż cztery razy sześć czynią 24. To jest: dzielić naprzód daną liczbę przez jednego faktora czyli przez 6, a wieloraz wypadający 16, znowu dzielić przez 4 drugiego faktora, i wypada mi po 4 garce na każdą włokę.

Tego atoli sposobu dzielenia nie zawsze można użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dzielnik na swoich faktorów rozdzielić się może.

Ponieważ największa trudność w dzieleniu zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka się w podzielnej liczbie, przeto dla zaczynających podam tu niektóre łatwe na to sposoby.

33. Jak tedy można poznać wiele razy liczba mniejsza w większej się mieści?

Trojakim tego, można dochodzić sposobem albo

albo przez tablicę Pitagoresa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmnożonego w liczbach przydłuższych; albo na koniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszerneych.

34. Jak się odprawia dzielenie na tablicy Pitagoresa?

Kieru dzielnik z jedney tylko składa się figury (albo i z więcej gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszey linii wierzchney A. C. (na kar. 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w tejże linii na dół pocigłey; tym sposobem w pierwszey kolumnie liczb naturalnych A B znajdę wieloraz. Niech będzie przykład następujący:

Na Studentów 6 mając dzielić 42 obrazków, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierzchney linii A C. Podzielney zaś liczby 42 szukam w tejże linii pod 6; a na kolumnie AB od ręki lewey znajdę wieloraz 7. Daley postępuję sobie według wzwyż podanych reguł o dzieleniu.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełnia nie znajdowała, biorę mnieyszą liczbę naybliższą: np. dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znajduję 26, biorę liczbę mnieyszą naybliższą czyli 25, i znajdę w kolumnie od ręki lewey na dół ciągłey wieloraz 5, i zostaje się jedno. Takż dzieliąc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaje się 5.

35. Jaki jest sposób dzielenia przywiększych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposób ten arcy jest łatwy i użyteczny, i na tym zależy: ażeby przed zaszcęciem dywizyi,

zyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9. rozmnożyć, i wszystkie z tego rozmnożenia produktu wynikające ieden pod drugim pisać, przydając po drugiej stronie liniiki te liczby, przez które dzielnik był rozmnożany, i będe miał i wieloraz na boku, i prawdziwy produkt dzielnika rozmnożonego, do odciągnięcia go z liczby podzielney. Te albowiem produktu nic innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, i pokazują mi, ile razy się dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka. Oto wizerunek tego w następującym przykładzie:

Dzielnik. Produkta jego aż do 9.		Liczba podz:	Wieloraz.
1	162	547,0,3,0,6,2	337673 $\frac{12}{162}$
2	324	486	
3	486	610	
4	648	486	
5	810	1243	
6	972	1134	
7	1134	1090	
8	1296	972	
9	1458	1186	
		1134	
		-- 522	
		486	

Zostaje się -- 36

36. Jak nakoniec robi się dzielenie na tabliczkach Nepera?

Czyni się w następujący sposób: Chcąc np: dzielić: 74,056 przez 24, piszę naprzód te dwie dane liczby na osobnej karcie, tak jak się o dzieleniu powiedziało. *Powtóre:* biorę tabliczki B. D. które na wierzchu mają liczby 2. i 4. z których się dzielnik składa i układam je wzdłuż jednej przy drugiej, a tabliczkę A z liczbami naturalnymi kładę na lewym boku. *Potrzącie:* odcinam z liczby podzielnej pierwszą część, którą naprzód przez dzielnika mam dzielić, iaka tu jest 74; a ponieważ wieloraz czyli liczby naturalne w pierwszej tabliczce znajdujące się: 1 2 3 4 5 i t. d. pokazują mi w kolumnach poprzecznych sobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2 3 4, i t. d. rozmnożonego, iako się z przeszłego pytania i z samego tabliczek robienia dorożumieć można; uważam tedy w której poprzecznej kolumnie częśćka liczby podzielnej 74 mieści się, której że pełna nie znajduję, biorę mniejszą najbliższą 72, i zaraz na lewej stronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, który na osobnej karcie piszę. *Poczwarcie:* odciągamy 72 od 74, czyli od pierwszej części liczby podzielnej, zostaje się 2. *Popiąte:* do tych 2 składam drugą część liczby podzielnej zero 0, i mam 20, w której że dzielnik 24 brać się nie może, zaczętem za drugą część wieloraza piszę 0, a z liczby podzielnej składam następującą figurę 5, a tak mam 205. *Poszósté:* uważam znówu w której poprzecznej kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażających, ta liczba 205, lub iey mniejsza najbliż-

szą mieści się i znaydą się najbliższą w osmej kolumnie 192, a przy niej w pierwszej tabliczce wieloraz 8, co będzie trz. ciągnęci wieloraza. *Poradzie*: odciągą 192 od 205, zostanie się 13, do których sąladam ostatnią figurę 6 z liczby podzielney, i mam 136. *Po-
sume*: szukam tej liczby w kolumnie poprzeczney, i znaydę najbliższą 120, a przy niej w pierwszej tabliczce będzie 5, które piązę za czwartą część wielorazu. *Nastatek*: odciągą 120 od 136, i zostanie się mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz jest ten: 3,085.

A. B. D.

1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

24	74,0,5,0,	3085 ¹⁶ / ₂₄
	72	
	- 205	
	192	
	- 136	
	120	
	- 16.	

Ukazawszy różne dzielenia sposobu, podamy też do dywizji liczb różne gatunki rzeczy w sobie zamykających.

37. Wieloraki w dzieleniu liczb różnego gatunku trafić się może przypadek?

W dzieleniu liczb różnego gatunku podobnie jak w mnożeniu, trójaką trafić się może przypadek: bo albo sama liczba podzielna będzie w sobie zamykała rzeczy różnego gatunku; albo sam dzielnik; albo na koniec i dzielnik i liczba podzielna będzie złożona z liczb różnego gatunku.

38. Co tedy w pierwszym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwszym przypadku, kiedy sama tylko liczba podzielna, z różnych składa się gatunków, a dzielnik z jednego, to wyższy gatunek liczby podzielnej (jeśli nie jest mniejszy od dzielnika) dzielić przez dzielnika, resztę zostającą wprowadzić na niższy następujący gatunek, który znowu przez tego samego dzielnika dzielić, i tak dalej.

Przykład: Na czterech ludzi dzielić złotych 23650. i gr: 16; wieleż się każdemu dostanie?

Dzielnik	Liczba podzielna		Wieloraz.
	złote.	grosze.	
4	23,650,	16	5912
	20	60	
	<hr/>	<hr/>	
	36	4 7,6,	grosze. 19
	36	4	
	<hr/>	<hr/>	
	5	36	
	4	36	
	<hr/>	<hr/>	
	10	--	
	8		
	<hr/>		
	2		

W tym

W tym przykładzie dzielię naprzód daną sumę złotych przez 4, i zostało się mi złotych 2. te obracam na groszy 60, dodaję do 16 groszy, i mam razem groszy 76, dzielię to przez 4, i nic mi się nie zostało. Dla każdego tedy przyjdzie z owej summy po złotych 59 i 2, i po groszy 19.

Gdyby zaś najwyższy gatunek liczby podzielney był mniejszy od dzielnika, to się wprzód sprowadza na niższe gatunki, dopieroż się dzieli.

Przykład Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. i groszy 18 do podzielenia, pytam ile każdemu dadź potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, sprowadzam wprzód 4 złot: na gr: 120 dodaję do nich 18, i mam groszy 138, teraz tę sumę dzielię przez 6:

	złote.	grosze.
6	4	18
	30	
	120	
	18	
6	13,8	23
	12	
	18	
	18	
	-	

Każdemu więc ubogiemu dostanie się po groszy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wiel. gatunków, i w przypadku trzecim, kiedy i dziel-

i dzielnik i liczba podzielna z różnych gatunków składają się, trzeba wprzód gatunki wyższe na niż ze obrócić, toż czynię dzielenie; a po skończonem dzieleniu, znowu gatunki niższe sprowadzić na wyższe, jeśli tego potrzeba.

Przykład I. Za pięć łokci sukna i ćwierć 1. zapłacono złotych 84, pytam ile łokieć kosztuje?

W tym przykładzie sprowadzam wprzód 5 łokci na ćwierci, przydając do nich ćwierć 1, i mam ćwierci 21; potym obracam złote dane 84. na grosze, mam 2520. groszy, które dzielę przez 21. Po odprawionem dzieleniu znowu grosze obracam na złote, i przypadnie za każdą ćwierć po złotych 4, a więc za łokieć po złotych 16.

Łok:	Cw:	złote		
5.	1.	84		
4.		30		
<hr/>				
20		2520		
1				
<hr/>				
21.	25,20,	120.		
	21			
	<hr/>			
	-42			
	42			
	<hr/>			
	--			
			Złote.	
			3(0 12(0 4.	

Przykład II. Chcę 2475 talerów bitych i złotych 6, obrócić na czerwone złote, po 16 zł: i gr: 22, podług redukcji R. 1775. na jeden rachując, pytam ile mi czerwonych złotych uczyni? W tym przykładzie wszystkie

gdyżki wyższe sprowadzam na mone, toż
czynię dzielenie. Oto robota:

Złote.	Talery bite.
16	2475
30	8
<hr/>	
480	19800
22	2476
<hr/>	
502	19806 Złote.
	30

502	594,1,8,0,	1183 czerw: złot:
	502	
	<hr/>	
	- 921	
	502	
	<hr/>	
	4198.	
	4016	
	<hr/>	
	- 1820	
	1506	
	<hr/>	
	- 314 Grosze pozostałe.	

Wpada więc czerwony h złotych 1,183.
i 10. groszy 14.

9. Na co jeszcze w dzieleniu wzgląd mieć
trzeba?

Oto: iż dzielnik w liczbie podzielnej ni-
gdy więcej razy nad dzielnicę się nie
wziąć. Powtóre: Ta liczba która się po od-
jęciu produktu od liczby do podzielenia
pozostała, większa nad dzielnik, ani
mu równa być nie powinna, ale zawsze
mniejsza; inaczej byłoby to znakiem, że
wieloraz mniejszy był wzięty, a mian się
nada.

należało. *Pierwsze:* Jeżeli po wziętym wielorazie jakim i rozmnożeniu go przez dzielnika, produkt większy wypadnie, aniżeli ta część z liczby podzielnej, od której ten produkt ma się ściągać, znakiem to jest, że wieloraz był nad to wielki wzięty, zatem mniejszy brać się powinien. *Poczwarte:* Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielnej znajduje się cyfr pokreślonych, przed złożeniem z niej figury, dla wynalezienia wieloraza.

40. Jak się doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza się przez rozmnożenie, razem adding wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodając resztę, jeśli się jaka została; jeżeli ta summa we wszystkim równa będzie liczbie podzielnej, dobrze była uczyniona dywizya. Fundamentem tej próby, jest owo powszechne Arytmetyków prawidło. *Destruio multiplicatio, quod fecit divisio*, to jest: wieloraz przez rozmnożenie, powraca do liczb pierwszych, które do dzielenia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dzieleniu (na kar: 35) Wieloraz 2,935, rozmnoższy przez dzielnika 5, produkt wypada równy liczbie do podzielenia danej.

Dzielnik. Liczba podz. Wieloraz.

5	14675	2935.
	5 mnożyciel

24,675. Wielocz:

Mułyplikacya zaś probuje się przez dzielenie, iakośmy wyżej (na k. 32) namienili. Ponieważ bowiem według prawidła Arytmetyków: *Restaurat divisio, quod destruxit multiplicatio*.

plicatio, to jest: wieloczyn przez dzielenie powraca się do liczb pierwszych, które były do mnożenia dane; więc na sprobowanie dobrze uczynionego mnożenia, dzielę wieloczyn wypadły przez mnożyciela, wieloraz liczbie do rozmużenia danej równy być powinien, inaczej byłby błąd jaki w rachubie popełniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w mnożeniu dany. Wieloczyn wypadły 360, dzielę przez mnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, równy we wszystkim liczbie do mnożenia danej:

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 8 \overline{) 360} \\
 \underline{32} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

Przypis. k: Ponieważ dotąd bardzo często o liczbach i rzeczach różnego gatunku mówiliśmy, i jeszcze nie raz o tém mówić nam przyszedzie, zaczem za rzecz arcy potrzebną sądzę, różnych miar, wag i liczb rozmaitych cenę i podziały na mniejsze gatunki, dla wygody Arytmetyki uczących się, tu położyć. Tak na przykład:

Cetnar jeden ma w sobie kamieni	-	-	5
Kamień Lwowski ma w sobie fantów	-	-	36
Kamień pospolity ma fantów	-	-	32
Funt jeden ma w sobie łótów	-	-	32

PR A KTYCZNA.

49

Łódź ma gran 6. a kwintile	-	-	4
Unosy ma 1. row	-	-	2
Pada siema na fawów	-	-	40
Żołnierz ma 1. row Wierzących	-	-	27
Korze ma w 1. row garcy	-	-	32
Korze ma 1. row	-	-	4
W 1. row korze 1. row, a garcy	-	-	16
W 1. row korze 1. row	-	-	8
Gar 1. row ma 1. row	-	-	4
Kwarta ma 1. row	-	-	4
Baza 1. row na papierze maryl	-	-	10
Ryza papieru ma w sobie liber	-	-	20
Libra papieru ma 1. row	-	-	24
Bela sukna ma w sobie postawów	-	-	20
Postaw sukna ma 1. row	-	-	32
Plótka sukna ma w sobie łokci	-	-	100
Pół etek ma 1. row	-	-	30
Łokcie ma w sobie 1. row	-	-	4
Kopa ma w sobie snopów	-	-	60
Mędel ma snopów	-	-	15
Tuzin ma 1. row	-	-	12
Grosz ma ma w sobie groszy	-	-	48
Grosz ma ma w sobie 1. row 1. row	-	-	16
1. row albo 1. row ma 1. row	-	-	7 $\frac{1}{2}$
Samer ma 1. row	-	-	10
1. row ma w sobie 1. row	-	-	10
1. row ma 1. row	-	-	12
1. row ma 1. row	-	-	12
1. row ma 1. row	-	-	8
1. row ma 1. row	-	-	125
1. row ma 1. row	-	-	1000
Czerwony złoty, według redukcji Roku	-	-	
1771, ma złotych 16, groszy	-	-	22 $\frac{1}{2}$
Talerz bity ma złotych	-	-	8
Złoty ma groszy	-	-	30
D	-	-	Grosz

Grosz ma szelągów	-	-	5
Rok ma Miesiący	-	-	12
Miesiąc ma po poluście dni	-	-	30
Rok ma dni 365. godzin	-	-	5
Dzień z nocą ma godzin	-	-	24
Godzina ma kwadransy	-	-	4
Kwadrans ma minut	-	-	15

§. 6.

Zamyka w sobie ciekawe niektóre zadania, które się przez pomnżone prosty Artymetryki rozwiązują.

Zadanie I. Chcę wiedzieć, jak dawno Polska stoi, tak sobie postępuję. Historia Polska dzieli się na 4. Epoki znaczniejsze.

I. Od Tęcha (który przyszedł w Sarmackie kraie roku Pańskiego 550) aż do Popieła II. zamyka w sobie lat	290
II. Od Piasta do Ludwika lat	542
III. Od Jagiellona do Zygmunta Augusta lat	190
IV. Od Henryka Walezyusza do roku 1793 lat	221
Summa	1243

Zbieram te liczby, i mam sumę 1243. Tyle więc lat do roku 1793. już Polska stoi.

Można też samo zadanie rozwiązać przez odejmowanie, odcinając od roku danego 1793. rok 550. i wypada 1243 to samo, co wyżej.

Zadanie II. Polacy Wiarę Katolicką przynieśli Roku Pańskiego 965. Chcę wiedzieć, wiele lat

Istotnu, iak w jednego i prawego Boga uwierzyli i w erzą?

Rok 1065. od roku 1793. odciągam, i mam lat 828.

Zadanie III. Prusy za Kazimierza IV. do Koro i Polskiej przyłączone, i na trzy Woiewództwa podzielone Roku Pańskiego 1466. Pytam wiele lat wyszło od tego złączenia Prus z Polską?

Rok 1466. od roku 1793. odciągam, i mam lat 1327.

Zadanie IV. Sztuka Drukarska wynaleziona ier roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia ier upłynęło?

Odciągam rok 1440. od roku np. 1793. i mam lat 353.

Zadanie V. Prochów palących wynalazek przypisują Bartoldowi Muichowi Kolońskiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do strzelania wynaleziony?

Rok 1380. od roku 1793. odciągam, i mam lat 413. od prochu wynalezienia.

Zadanie VI. Jan pyta się mnie, wiele ma lat? i powiada, że się rodził Roku Pańskiego 1745. w Miesiącu Wrześniu, dnia 13. tegoż.

Ja żebym mu zarazem odpowiedział; kładę w pierwszym rzędzie na odejmowanie, nie rok ten 1775. którego się mię o to pyta, ale rok przeszły; ponieważ ten jeszcze się nie skończył. A że się mnie o to spytał w miesiącu listopadzie, dnia 10. po latach kładę miesiące, po miesiącach dni w jednej linii.

Podobnież muszę są liczbę, którą mam odciągać, czyli rok, którego się Jan rodził, i ednym zmniejszam, a resztę dopełniam miesiącami

cam i od stycznia aż do tego, którego się urodził, czyli do września, tym sposobem:

Lata. Miesiące. Dni.

1774. 10. 10.

1744. -8. 15.

- - 30. -1. 25.

Ma tedy Jan do dnia danego lat 30, miesiąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyiego urodzenia dobiegnąć się zawsze powinien.

Zadanie VII. Katarzyna pragnie wiedzieć: którego Chinyesa roku urodziła się; i mówi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29 od roku np. 1792. odciągam, i znaydę rok Pański: 1763. którego się Katarzyna urodziła.

Zadanie VIII. Z poważenia go Astronomów wymiara, słońce odległe jest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a księżyc na mil: 54500. Pytam iak wielka jest odległość słońca od księżycy?

Odciągam liczbę mniejszą od większej, i mam odległość słońca od księżycy na mil Niemieckich: 20,081,700.

Zadanie IX. 2600 żołnierzom mającym wystrzelić 12 razy, wiele ładunków potrzeba?

Mnożę liczbę większą przez mniejszą, i mam produkt: 31,200. Tyle im więc ładunków potrzeba.

Zadanie X. Ma Ojciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obadwom żyć potrzeba, ażeby syn miał połowę lat oycowskich?

Rozumiam lata synowskie przez 2; produkt 24 odciągam od lat oycowskich 45; reszta 21 pokazuje, że lat 21 syn z oycem pożywiży,

Żywizy, będzie miał połowę lat oycowskich. Bo 48. a 21. czynią 66; a z drugiej strony, 21 a 12, czynią 33. Co jest połową lat 66.

Zadanie XI. Obwód cypli Cykła okręgu ziemnowodnego dzieli się na 360 stopniów; w każdym stopniu jest 1 mil niemiecki a 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwód całej ziemi?

Rozmnażam 360 stopniów przez 15, i mam okolicę ziemskiego mil: 5400.

Zadanie XII. Podróżny doświadczając Arystetyka, rzecze do niego: dojdź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłym?

Arystetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe je podróżnemu sekretnie rozmnożyć przez 9, a produkt podzielić przez 3. Wieloraz z tego dzielenia wypadający znowu każe mu rozmnożyć przez 6. Ten prosi go o wskazanie sobie ostatniego produktu, który sam podzieliwszy sekretnie przez 18, dochodzi mil ubieżonych kwoty.

Daemy że mil ubieżonych było 30; rozmnożywszy je przez 9, wypadł produkt 270, który dzieląc przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten mnożąc znowa przez 6, wypadł produkt: 540. Ten produkt podzieliwszy sobie sekretnie przez 18, będzie miał wieloraz 30; który mi okazuje liczbę mil ubieżonych.

Zadanie XIII. Ma Pan roczney intraty: 35,900. złotych; ta żeby mu na rok cały wystarczyło, chce wiedzieć, ile na każdy dzień może expensować?

Dzielę daną sumę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w sobie zamyka, wypada

pada wieloraz: 98 złotych, groszy 10, i coś.

Zadanie XIV. W fortacy pewney było Husarów i Pancernych 470; u Pancernych zaś tylko w tydzień przypadła wart. Pytasz wiele było Husarów, a wiele Pancernych?

Dzielię 1470 przez 7, z którym się ydzień składa; wieloraz pokaże mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten od łączawczy od 1470, reszta pokaże liczbę Husarów.

Zadanie XV. Dwóch Braci proszą trzeciego o orzechy, które mu darował. Na co im tak mówi:

Oyciec połowę, czwartą część ma matka, Szóstą dał siostrze, wychodzie ostatka? Z tysiąca dwóchset, tylko to mam w ręcie, Których zgadnąwszy liczbę, wszystkie weźcie.

Podziel *naprzód*: 1,200 przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że oyciec wziął: 600.

Podziel *powtórę*: 1200 przez 4, wieloraz pokaże ci, że matka wzięła: 300.

Podziel *potrzecie*: 1200 przez 6, wieloraz pokaże ci, że siostrze dostało się 200.

Te summy razem zniósłszy, sumę z nich zebraną 1,100 odciągnij od 1,200. reszta od odciągnięcia pozostała, pokaże, iż jeszcze zostało się mu orzechów 100, które dwom braci swoim ofiarował.

Zadanie XVI. Zgadnąc ile kto w grze kościanej urzucił?

Każ niech ci owę liczbę gracz podwoi tyle razy, ile mu się podoba; np: trzy razy, czterey razy; potem proś niech ci sumę owę wyiawi, którą ty tyle razy przez 2 podziel, ile

ile razy podwojona była liczba. Wieloraz pokazuje ci prawdziwą liczbę orzuconych kości.

Daymy że gracz urzucił 9, podwałam, stało się 18; podwałam znowu, stało się 36; znowu podwałam, stało się 72; tę sumnę gdy przez 2, trzy razy podzieliśz, bo trzy razy była podwojona liczba orzucona 9, znajdziesz prawdziwą liczbę 9.

Zadanie XVII. Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę np: 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do summy, ile zechcesz, byle ta liczba, którą przydaie, parzysta była, np: 8, będzie 38; tę niech przez 2 podzieli, będzie 19, niech ci dopiero tę sumnę powie, od której ty odciągnij połowę tego, coś przydał, iak tu 4, reszta pokaże ci liczbę, której szukasz, to jest: 15.

Zadanie XVIII. Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydął?

Człowiek to mi zadający, niech sobie pomyśli pieniędzy ile chce np. złotych 10. Tę sumnę, która zawsze parzysta być powinna, niech ją potroi, będzie 30, pomnożoną niechay przez 2 podzieli, będzie 15. tak zmniejszoną niechay przez 6 rozmnoży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę sumnę wyławi, którą gdy przez 9. podzieliśz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

Zadanie XIX. Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo sukien, albo fantów iakich, albo ile sobie na umyśle wystawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ją sobie na umyśle wystawie, niech ją potroi, tak potrojoną niech podzieli przez 2. jeżeli ją dzielić
speł-

pełna można, jeżeli nie, niechay doda jedno; potem znowu tę połowę niechay potroi, tak potrojoną niech znowu dzieli przez 2, dodając jedno, jeśli potrzeba; naostatek niechay 9 tyle razy, ile można, odejmując, i niech ci liczbę odrzuconych dziewiątków powie. Ty za każdy dziewiątek odrzucony, pisz 4, a za pożyczoną jedność, pisz jedno, jeśli raz pożyczono; jeśli dwa razy, pisz 2; i tym sposobem dojdiesz liczby, której szukasz. Np: myślę sobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę przez 2, pożyczwszy jednego, będzie 8, potraiam znowu, stanie się 24, dzielę, mam w złotez 12, odrzucam 9. raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, pisze 4, a za pożyczoną jedność, pisze jedno, i mam 5, ilem s bię pomysł.

Zadanie XX. Zgadnąć o której godzinie wstał kto z łóżka?

Sposób robienia tenże sam, co i w przeszłym zadaniu. Np: wstał kto o godzinie 4, potroiła to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, stanie się 18, dzieli przez 2, wypadnie 9: to 9 wyrzuci raz, i powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ja za jeden dziewiątek wyrzucony piszę 4, i odpowiadam mu, że o czwartej godzinie wstał.

Zadanie XXI. Zgadnąć ile wierszy na jakiey karsie znajduje się?

Naprzód każ sobie rachować wiersze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potrójną, tyle razy rachujący niech pisze 70. Potym niech rachuje przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napisze 21. Naostatek niech rachuje wiersze przez 7, i niech tyle razy napisze

15, ile się wierszy nad 7. zostało. Toż dopiero doławszy te liczby, które z pozostałych wierszów powstały, o 1 summy odejmusz 105, ile razy będzie można, reszta pokazuje ci liczbę wierszy, których szukasz. Liczba 10-doch wierszy, których szukasz, nad 6 większa była pominięta. Np. niech będzie na kalcie wierszy 10, rachując przez 3, zostanie się 1, zaczynam więc iść 30. rachując przez 5, nie się nicco może, nie więc nie piszę; rachując nakoniec przez 7, zostanie się 2, zaczynam więc iść 45. Dodawamy te liczby, wypadła summa 115. Odejmam od niej 105, zostaje się 10, których szukałem.

Zadanie XXII. Zgadnąć którego dnia w tygodniu co kto uczynił.

Liczbę dnia tygodniowego, który sobie na umyśle wystawił, niechaj naprzód podwoi, potem tę liczbę podwoiwszy, niech przyda 5, nakoniec tę summę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda zero, i niech cię summę wypadłą powie. Ty od summy wypadłej odejmij: 250, liczba stów pozostała z tego odejścia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, i tak daley. Np. pisałem to w wtóry dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwajam tę liczbę, będzie 4, dodam 5, stanie się 9, rozmnożam przez 5, wypadnie 45, przydam zero będzie 450. Odejmę z tej summy 250, zostanie się 200, które mi okazują dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Zera bowiem po odejściu zaniedbać się, iakoby ich nie było.

Zadanie XXIII. Zgadnąć liczbę złotych, iaką kto ma przy sobie, lub iakąkolwiek kto sobie pomyśli, inszym sposobem, iak wyżej w zadaniu XIX.

Do liczby pomyślonej, każ przydać 2, potem każ przydać na końcu 0; do tej summy znowu każ przydać 12, potem na końcu 0. Summę takową każ sobie powiedzieć: od której gdy odymiesz 320, a potem gdy odrzucisz dwa zera 00, liczba która się zostaje, jest liczba złotych pomyślona. Np. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawszy tej 2, będzie 7, przydawszy potem 0, będzie 70, znowu przydawszy 12, będzie 82, przydawszy potem 0, będzie 820. Z tej summy gdy odymiesz sekretne 320, zostanie się 500; odrzućwszy dwa zera, zostanie się 5 i liczba złotych pomyślona.

Zadanie XXIV. Zgadnąć w której kto ręce ma do pary złotych, lub inszych fantów, a w której nie do pary?

Każ rozmnożyć liczbę złotych, które są w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzystą liczbę, np. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, które są w lewey ręce, każ rozmnożyć przez liczbę nieparzystą, np. przez 3 albo przez 5, albo przez 7, albo przez inną takim podobną. Toż obadwa te produkty, każ w jedną summę zebrać. Summę tę ze dwóch produktów złożyć, każ sobie powiedzieć, która jeśli będzie parzysta, to jest: jeśli się da rozdzielić na dwie połowy równe, to w prawey ręce jest liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da się rozdzielić

3. Jak się nazywają te liczby?

Wyż za linią położona, zowie się licznik (Numerator) niższa zaś pod linią, zowie się mianownik (Denominator) niższa nazywa się mianownikiem dla tego, bo mi mianowicie, na wiele części rzecz ta jest podzielona. Wyższa licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele ja mam części z rzeczy podzielnej; np. $\frac{3}{4}$ znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

4. Wieloraki bydź może ułomek?

Dwojaki: właściwy i niewłaściwy.

5. Kiedy jest właściwy, a kiedy nie właściwy ułomek?

Kiedy licznik jest mniejszy od mianownika, na ten czas ułomek jest właściwy, i znaczy mniej, jak jedno całkowite; np. $\frac{3}{4}$ jednego złotego, znaczy mi tylko, jak niżey obrotowy, znaczy 12.

Kiedy zaś licznik jest równy mianownikowi, na ten czas ułomek jest niewłaściwy, i znaczy mi jedno całkowite, np. mając $\frac{4}{4}$ jednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tej rzeczy, która na też same trzy części podzielona była.

Kiedy na koniec licznik jest większy od mianownika, na ten czas ułomek zowie się także niewłaściwy, a bo zmyślon, i znaczy mi więcej, jak rzecz całą. Np. mając $\frac{5}{4}$ złotego, znaczy, że mam i te trzy części, na które złoty był podzielony, i dwie prócz tego części drugiego złotego, na takoweż równe części podzielonego; to jest mam złoty jeden cały, i dwie ze trzech części drugiego.

20 złotego, to jest groszy 20. Y właściwie tak się wyraża: $1\frac{2}{3}$. (*)

6. Co to ułomek liczby łamaney, czyli frakcyi?

Ułomek liczby łamaney, jest to część od samoyże łamaniny czyli frakcyi odejęta. Tak gdy $2\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mówi się: że mam połowę z dwóch części podzielonych na trzy. I pisze się tak: $1\frac{1}{3}$. Linijka ta dwa ułamki przedzielająca okazuje, że pierwszy ułomek jest częścią ułamka następującego. Tak np. mając $\frac{4}{3}$, dwie części ze udział jednego złotego, to jest groszy 20, gdy z tych dać drugiemu $\frac{1}{2}$ połowę, mówi się: że mu dać połowę z dwóch części podzielonych na trzy jednego złotego, to jest groszy 10.

7. Jakie są znaki Arytmetyczne dla uniknięcia wszelkiego w rachunkach zamieszania?

Są te następujące wszystkim Rachmistrzom powszechnie:

Znak równości między liczbami jest taki $=$ np. $a = b$, znaczy że cena przez literę a wyrażona, równa jest we wszystkim cenie, która się przez b wyraża.

Znak dodawania jest taki: $+$, i nazywa się więcej (plus) co w Polskim języku wyrażać się może przez literę a; np. $2 + 4 = 6$, znaczy,

[a] Liczby łamane powstają czyli rodzą się, albo z reszty po dzieleniu zostającej, iakośmy wyżej nanieśli; albo kiedy liczba podzielna mniejsza jest od tego dzielnika; w ten czas bowiem dzielenie wyraża się przez ułomek, dawszy przez szrodek linijkę: np. Chcąc dzielić 5 przez 12; ponieważ liczba podzielna 5 mniejsza jest od dzielnika 12, więc dzielnik wyraża się przez ułomek tak: $\frac{5}{12}$, pięć podzielone przez dwanaście.

czy, że dwa a cztery, czyżby 6, albo są równość.

Znak odejmowania jest taki: —, i nazywa się minus (minus). np: $5 - 3 = 2$, znaczy że pięć z trzech odejmując trzema, równa się dwóm.

Znak mnożenia jest taki: X. np: $5 \times 2 = 10$, znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, równa się dziesięciom.

Znak dzielenia wyraża się przez ułamek, w którym licząca do podzielenia dana kładzie się za licznika, a dzielnik za Mianownika. Np. $\frac{1}{2} = 4$, znaczy że ósmo podzielone przez 2, równa się czterem.

Znak proporcji rozdzielnej czyli względu równego między liczbami jest taki: :: np. $2 : 4 :: 5 : 10$, znaczy, że między 2 i 4 taż sama zachodzi różnica, tenże sam wzgląd, co między 5 i 10, to jest: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieszczą się.

Znak proporcji ciągłej jest taki: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ z samego początku położony. Np. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, znaczy, że średnia liczba 2, dwa razy się bierze, raz iako 1, (jedno) dwa razy w sobie zamknięta, drugi raz iako sama w 4 dwa razy wzajemnie się mieści.

8. Które są prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomaty* do doskonalszego liczbomanych zrozumienia potrzebne?

Są te trzy następujące:

PRAWDA I.

Jak się ma do całego ułamka czyli do frakcyi całe, iak się ma mianownik tegoż ułamka do swego licznika. Np. $1 : \frac{1}{2} :: 2 : 1$. Jedno tak się ma do dwóch części ze trzech, iak

Jak się ma mianownik 3 do licznika 2. Jedno bowiem jest to rzecz cała niepodzielona, która tak się ma do swoich części przez cały ułomek wyrażonych, jak ma się mianownik, tak samo jedno na części podobne oznaczony, do tychże samych swoich części w liczniku zamkniętych. Czyli krócej: jak się ma jedno do swoich części, tak się ma także jedno, do tychże samych części. Objaśnimy to przykładem: niech będą $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części jednego złotego, to jest: gr. 20. Złoty więc jeden tak się ma do $\frac{2}{3}$, to jest: do gr. 20, które cały ułomek $\frac{2}{3}$ wyraża, jak się mają gr. 30, czyli złoty do gr. 20, to jest: jak się ma mianownik do swego licznika.

PRAKTYCZNA II.

Ułomki, w których liczniki jednakową do swoich mianowników mają proporcję, są równe i tej samej ceny. Np: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$. Ponieważ w każdym z tych ułamków, licznik dwa razy zupełnie mieści się w swoim mianowniku, dla tego wszystkie te ułamki znaczą połowę.

PRAKTYCZNA III.

Jżeli tak licznika iako i mianownika iakiego ułamka przez tę samą liczbę rozmnóżę, albo podzielę, wartość ułamku bynajmniej nie odmienię. Np. następującego ułamka $\frac{2}{3}$ rozmnóżając przez 5 tak licznika 2 iako i mianownika 3, wypadnie ułomek: $\frac{10}{15}$ który też samo znaczy, co pierwszy. Podobnież danego ułamka tak licznika 3 iak mianownika 6
dzie-

dzieląc przez 3, wynika ułamek $\frac{2}{3}$ tejże ra-
mcy, co i pierwszy wielkości.

§. 2.

*O sposobie, jakoby liczyć na mierzal-
nych wyrazach, i o dochodzeniu ich wartości
długości.*

9. Jakim sposobem można ułamki na-
mierzyć wyrazami sprawującymi, i dla ja-
kiego kłosa?

Ułamki na mierzy ze wyrazami dwójką spo-
sobem można sprawować: albo przez miarę
powszechną największą; albo przez liczbę na-
domysł wyrażającą taką, któraby licznika i
mianownika spełnia dzieliła. Sprawdzając się
żeś na mierzalne wyrazy dla tego, żeby je
rachować, i wartości ich dochodzić łatwiej
i prędzej można było.

10. Co to jest miara powszechna dwóch liczb
na większą, i dla czego tak się nazywa?

Miara dwóch liczb powszechna największa,
jest ta liczba, która dwie dane liczby zupeł-
nie i bez najmniejszej reszty dzieli. Np. mię-
dzy 6 i 9, miara powszechna największa jest
3; gdyż przez tę 3 podzieliwszy 6, wychodzi
pełna dwa 2, a podzieliwszy 9, wychodzi 3,
także bez najmniejszej reszty. Podobnie
liczb 12 i 16, miara powszechna największa
jest 4. Dla tego zaś liczba taka nazywa się
miarą największą, że liczb danych przez nią
dzielonych, żadna inna liczba większa nad nią
zarówno podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwóch liczb znaleźć
miarę powszechną największą?

Znając się tym sposobem: liczbę większą
przez

przez mnieyszą, a potem przez resztę dziel-
nika do póty dzielę, aż póki nie się z liczby
podzielney (wielorazy zawsze porzucając)
nie zostanie, ostatni dzielnik będzie miarą
powszechną naywiększą: np. Niech będą li-
czby A i B: których szukam miary powsze-
chney naywiększey:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{B. } 136 & \text{A. } 248 \quad 1 \\
 \hline
 & 136 \\
 \hline
 \text{C. } 112 & \text{B. } 136 \quad 1 \\
 \hline
 & 112 \\
 \hline
 \text{D. } 24 & \text{C. } 112 \quad 4 \\
 \hline
 & 96 \\
 \hline
 \text{E. } 16 & \text{D. } 24 \quad 1 \\
 \hline
 & 16 \\
 \hline
 \text{F. } 8 & \text{E. } 16 \quad 2 \\
 \hline
 & 16 \\
 \hline
 & 0
 \end{array}$$

Naprzód tedy liczbę większą A przez liczbę
B. dzielę, a wieloraz mimo puściwszy, przez
resztę pozostałą C dzielę liczbę mnieyszą B;
a porzuciwszy i tu wieloraz, znowu przez zo-
stałą się resztę D dzielę liczbę C; gdzie zno-
wu wieloraz zaniechawszy, przez resztę E.
dzielę liczbę D; nakoniec przez resztę F dzie-
lę liczbę E; która liczba F że bez żadney re-
szty podzieliła liczbę podzielną E, i nie się po
odciągnięciu nie zostało; zaczęm 8 dwóch
liczb A i B na początku danych, jest miarą po-
wszechną naywiększą, której szukałem; a za-
tem podzieliwszy przez 8 naprzód liczbę B
136, wypada mi 17, potem liczbę A 248;
B wy-

wypadnie mi 31, bez najmniejszey od podzielenia obudwóch danych liczb reszty, i będę miał: $136 \div 17 = 8$, a $248 \div 31 = 8$, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład II. Szukam największey powszechney miary między następującemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

$$\begin{array}{r|l} \text{L. } 102 & \text{K. } 438 \\ \hline & 408 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{M. } 30 \quad \text{L. } 102 \quad | \quad 3$$

$$\begin{array}{r|l} & 90 \\ \hline \text{N. } 12 & \text{M. } 30 \quad | \quad 2 \\ \hline & 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{O. } 6 \quad \text{N. } 12 \quad | \quad 2$$

$$\begin{array}{r|l} & 12 \\ \hline \end{array}$$

Mędzy temi dwiema danemi liczbami największa powszechna miara jest 6, przez które dzieląc liczbę L, wypadnie pełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reszty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po skończonem dzieleniu danych liczb zostanie się coś, czego to jest znakiem?

Jeżeli po skończonem tym sposobem między dwiema danemi liczbami dzieleniu, zostanie się iedno, znak to jest, że liczby dane żadney powszechney miary między sobą nie mają, i zowią się liczby niezmierniste, (numeri incommensurabiles) iako się to daie widzieć w następujących liczbach, pod literami P i Q wyrażonych:

$$\begin{array}{r|l}
 Q. 37 & P. 85 \quad 2 \\
 \hline
 & 74 \\
 \hline
 R. 11 & Q. 17 \quad 3 \\
 \hline
 & 33 \\
 \hline
 S. - 4 & R. 11 \quad 2 \\
 \hline
 & 8 \\
 \hline
 T. - 3 & S. 4 \quad 1 \\
 \hline
 & 1 \\
 \hline
 & 1
 \end{array}$$

Ze tedy po podzieleniu dwóch liczb P i Q zostaje się 1, znak jest, że owe liczby żadney powszechny miary mieć nie mogą; zaczem przez każdą liczbę podzielić ich tak nie można, aby się od obudwóch nic nie zostało.

Imi szukają także powszechny miary przez odejmowanie, odcinając liczbę mniejszą od większej dopoty, aż póki liczba, którą odcinają, i reszta po odcinaniu, nie będą sobie równe. Liczba po odcinaniu pozostała będzie miarą powszechną największą: np. Szukając miary powszechny między liczbami: 32 i 80; odcinam 32 od 80, zostaje się 48; od tych znowu odcinam 32, zostaje się 16; te 16 odcinam od 32, zostaje się 16, równa reszta liczbie, którąm odcinam. Zaczem ta reszta 16 jest miarą powszechną największą danych liczb 32 i 80, przez którą obiedwie liczby podzielwszy, wypadną liczby 2 i 5.

Okazanie czyli demonstracya tego działania przez się jest jasne. Bo przez nieustanne owe liczby mniejszy od większy, czy to przez dzielenie, czy przez samo naturalne odci-

ganie, przyść naostatek koniecznie musimy do takiej liczby, któraby danych liczb równym była wymiarem, albo przynajmniej wskazała nam, że między danymi liczbami żadney miary powszechney znaleźć nie można.

13. Który jest drugi sposób sprowadzenia liczb danych na mniejsze wyrazy?

Ten sposób jest bardzo łatwy i prędkie, i na tem zawisł, aby spojrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, któraby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; taka liczba najczęściej trafia się 1, i insze tym podobne: np. Te liczby 36 i 96 chcąc na mniejsze terminy obrócić, widzę że przez 2 spełna dzielę się mogą. Dzielę je więc na-przód przez 2, wypadną te: 18 i 48. Te znowu dzielę przez 2, wypadną liczby 9 i 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi: 3 i 8; dalej przez żadną liczbę obiedwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z prawdy: 3. K. 63.

14. Jak się tedy liczba łamana na najmniejszy terminy sprowadza, nieodmieniając bynajmniej ich wartości.

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną największą, albo przez liczbę na-domysł wynalezioną, tak licznik jako i mianownik danego ułamka dziel się: wieloraz
z li-

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczętem zażyta byż może za największą powszechną miarę między sobą i drugą liczbą drugą. Tak 7 jest największą powszechną miarą między 7 i 21. Bo 7 podziwszy przez 7, wypadnie 1, a 21. podzieliwszy przez 7, wypadnie 3, bez żadney od obojga liczb reszty.

z licznika będzie nowym licznikiem, a wieloraz z mianownika będzie nowym mianownikiem nowego ułamka danemu we wszystkim równy, prz-z prawdę 3. Np ułomek następujący: $\frac{60}{96}$ chcąc sprowadzić do najmańszych wyrazów, szukam największej powszechnej miary między temi dwiema liczbami sposobem wyższy pod nym, i znajduję 12; przez te 12 dzieląc licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nowy ułomek w najmniejszych terminach: $\frac{5}{8}$ pierwszemu we wszystkim równy.

Toż samo wypadnie dzieląc licznika i mianownika przez liczbę na dotychczas wynalezioną, np. przez 3, a potem te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będę miał: $\frac{5}{8}$ iak wyżej.

Przykład II. Ułomek następujący: $\frac{37}{112}$ chcę sprowadzić na najmniejsze wyrazy. Przez miarę powszechną 16, dzielę tak licznika, iako i mianownika danego ułamka, wnika mi nowy ułomek pierwszemu równy: $\frac{2}{7}$. Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby np. przez 2, potem przez 4, potem znowu przez 2, będzie nowy ułomek: $\frac{2}{7}$ pierwszemu równający się zupełnie.

15 Jak się dochodzi, ile który ułomek wanie albo znaczy?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik danego ułamka rozmnaża się przez te części, z których się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez mianownika tegoż ułamka: wieloraz ukaze co ułomek ów znaczy: np. Chcąc wiedzieć, wiele uczynią 2 dwie z pięciu części jednego złotego? Rozmnażam licznika 2 przez części złotego, z
któ-

których się składa, to jest: przez groszy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez mianownika 5, wychodzi wieloraz: 12, który mi ukazuje, że $\frac{2}{5}$ jednego złotego, znaczą groszy 12.

§. 3.

O sprowadzeniu liczb łamanych do jednego mianownika.

16 **C**o to jest sprowadzić ułomek do jednego mianownika, i na co?

Jest to uczynić, ażeby ułamki różnych mianowników mające, jednego potem mianownika miały, nieodmiennie w nich wewnątrz swojej ilości, jak się niżej w przykładach pokaże. Dlatego zaś sprowadzają się, aby je dodawać i odejmować można było; oczem niżej.

17. Jak tedy dane ułamki do jednego mianownika sprowadzać?

Tym następującym sposobem: niech będą np: te dwa ułamki: $\frac{2}{5}$ i $\frac{1}{3}$, które chcę do jednego mianownika sprowadzić. Rozważę najprzód między sobą dających ułamków mianowniki, i mam produkt 15, który dwa razy pod linijkami piszę, bo dwa ułamki do jednego mianownika sprowadzę. Ten produkt dwa razy napisany, będzie pospolitym mianownikiem nowych ułamków. Potem szukam nowych liczników: rozmnażając licznika frakcyi pierwszej na krzyż przez mianownika drugiej, i mam nowego licznika ułamka pierwszego 12. Też rozmnażam licznika frakcyi drugiej na krzyż przez mianownika pierwszej, i mam nowego licznika ułamka drugiego 5.

Te

Te nowe ułamki pierwszym danym we wszystkich są równe przez Prawo 3, i jednego mają mianownika. Oto przykład :

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \text{ i } \frac{3}{8}$$

18. Jeżeli więc są tak dwie liczby łamane dać być, i tak je do jednego mianownika sprowadzić trzeba?

Tymże samym prawie, co wyżej, sposobem. N. p. jeżeli dan wzię wszystkie ułamki między sobą rozmnażam, i mam pospolitego dla nowych ułamków mianownika. Liczników zaś nowych tak szukam: rozmnażam na krzyż licznika pierwszego ułamka danego, przez mianownik inszych frakcyi, prócz własnego mianownika, i będę miał nowego licznika dla pierwszej frakcyi nowej. Dla wynalezienia licznika dla drugiej frakcyi, teżże frakcyi licznika danego rozmnażam przez dane mianowniki inszych frakcyi, prócz tylko mianownika własnego, i tak dalej. N. p. będą np. następujące ułamki: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, które chcę do jednego mianownika sprowadzić. Naprzód mianowniki dane między sobą rozmnażam: trzy razy cztery, są 12; i znowu pięć razy dwanaście, są 60; mam już mianownika dla nowych ułamków pospolitego. Teraz szukam licznika dla pierwszego ułamka tak: biorę danego licznika 1, i rozmnażam go, przez mianowniki inszych frakcyi, prócz swego, to jest: rozmnażam go przez 4 i przez 5, mam produkt 20, który piszę za licznika frakcyi pierwszej nowej. Potem rozmnażam licznika danego drugiej frakcyi 2, przez mianowniki, prócz swego, to jest: przez 3 i przez 5, mam produkt: 30, który piszę za licznika dru-

drugiej frakcyi nowey. Następnie rozmnożę licznika danego frakcyi trzeciej 3, przez 4; mam produkt 12, który będzie licznikiem frakcyi trzeciej. Następnie rozmnożę mianownika danego frakcyi trzeciej 3, przez 4; mam produkt 12, który będzie mianownikiem frakcyi trzeciej. W ten sposób mam nową ułomkę z jednakowym mianownikiem z ułomkami, które mam we wszystkich mianym.

przykład :

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{6}, \frac{2}{6}$$

Tym sposobem chcemy n. y. k. mogą łatwo do jednego mianownika przeliczyć.

19. Jak inaczej można ułomki do jednego mianownika przywieść, i kiedy?

W ten czas można łatwiej i krócej dane ułomki do jednego mianownika przywieść, kiedy mianownik jednej ze dwóch frakcyi spełnia dzieli mianownika frakcyi drugiej; bo na ten czas przez wieloraz, z tego dzielenia wypadający, rozmnożywszy licznika i mianownika frakcyi mniejszej, to jest tej frakcyi, której mianownik mianownika frakcyi drugiej spełnia podzielił; obiedwie łamane liczby będą miały jednakowego mianownika: na przykład. W tych ułomkach: $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$, ponieważ mianownik 4 pierwszej frakcyi zamyka się zupełnie trzy razy w mianowniku 12 drugiej frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnożam licznika i mianownika pierwszej frakcyi mniejszej: 1×3 , mam $\frac{3}{12}$, która frakcja tegoż samego ma mianownika, co i druga $\frac{1}{4}$. Oto przykład:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3}{6}, \frac{1}{4}$$

20. Jak poznać można większość jednej frakcyi od drugiej?

Z na-

Z nauki w t m poraży się daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyi jest większa, która ma więkze o licznika, sprowadzwszy je wprzód do iednego mianownika, iako w danych przykładach widzieć się daie.

§. 4.

O sprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, i przecieinie całkowitych na łamane; oraz o ułamkach liczby łamanej.

21. Jak liczbę łamaną na liczby całkowite obrócić?

Kiedy ułamek ma licznika albo równego, albo większego nad mianownika, w ten czas, iako się wyżej powiedziało, ułamek taki jest niewłaściwy, i przeto obraca się na liczby całkowite bardzo łatwo, tym sposobem: Licznik frakcyi daney dzieli się przez swego mianownika, wieloraz wypadający pokaze liczbę całkowitą. Np. mając: $\frac{5}{2}$ pięć z pięciu części iednego zł tego, dzielę licznika 5. przez mianownika 2, i wypada ieden złoty. Podobnie $\frac{12}{4}$ talera bit: znaczy talerów bitych 3.

22. Jeżeli po odprawionem dzieleniu co się zostaje, co z tem czynić potrzeba?

Na ten czas reszta pozostała od złożenia liczby całkowitej, kładzie się za ułamek z tymże samym mianownikiem, który teraz dzielnikiem był: np. Mając $\frac{12}{2}$ złotego; po ucy-nionem dzieleniu, mam złotych 2 $\frac{2}{2}$, albo $\frac{12}{2}$, iedną ze dwóch części, czyli połowę złotego, to jest: groszy 15. (c)

23.

[c] Stąd uczymy się obracać monety, wagi i miary mniejsze na większe: tak $\frac{240}{20}$ groszy = złotym 12.
Tak $\frac{3}{4}$ ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie jak się liczba całkowita na liczbę łamaną do i kiegokolwiek danego mianownika przywoźi?

Przywoźi się tak: dana liczba całkowita rozmnoża się przez danego mianownika, produkt wypadający będzie jego licznikiem: np. Chcę 4 obrócić na liczbę łamaną, której mianownik m ma być 5. Rozmnożam daną liczbę całkowitą 4 przez danego mianownika 5, a produkt wypadający pszę za licznika, i mam ułomek $\frac{20}{5}$ równy we wszystkim daney liczbie całkowitey 4; gdyż 20 podzielwszy przez 5, wypadną reszta 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych sprowadzić do mianownika 30; rozmnożam 6 przez 6, wychodzi łamana liczba $\frac{36}{6}$, to jest: groszy 180 = 6 złotych. ()

24. Jedno jak się na ułomek obraca?

To uważ jedno nic nierozmnoża, więc to jedno całkowitey liczbie za mianownika podkładam, i stać się niby frakcyą. Np. $7 = \frac{7}{1}$. Cz 20 złoty w rozmnożeniu i porównaniu liczb łamanych niemały pokaze się pożytek i używanie.

25. Co to jeszcze uważać i zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą, w ten czas do produktu przydać trzeba licznika frakcyi daney. Np. $3 \frac{1}{2}$ chcąc sprowadzić

wa-

[d] Stad użymy się obracać monety, wagi, i miary większe na mniejsze, rozmnożywszy je przez monety, wagi, i miary mniejsze, które w sobie zawierają. Tak talerów 100, rozmnożywszy przez 32, mam groszy: 3200. Korcy 10 rozmnożywszy przez 32,

wałdzie do mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodaj do produktu 15, licznika 2, i mam nowy ułamek: $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.

Pójdźmy i z do uł. ręków liczby łamanej.

26. Jak ułomki liczby łamanej na jedną prostą frakcyą sprowadzić?

Przeobrażamy tak liczniki, iako i mianowniki mający różną, wypadnie jedna frakcyą pierwszą lub zupełną. Np. Z tych dwóch frakcyi: $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$, z których pierwsza jest uł. makiem drugiey, chcemy jedną frakcyą zrobić: rozmnażam osobno liczniki między sobą: 1×2 ; i mianowniki: 2×3 . Produkt z liczników 2, będzie nowym licznikiem, a produkt z mianowników 6, będzie nowym mianownikiem frakcyi $\frac{2}{6}$, równy we wszystkim danej frakcyi $\frac{1}{2}$ y uł. makiem: $\frac{1}{2}$.

27. Jak to można przykładem jakim objaśnić?

Wypowiedz mi przykł. dany tak to objaśniam: mam $\frac{1}{2}$ z jednego złotego, to jest: groszy 10, i uł. noż. ten, iak $\frac{2}{3}$; bram miał $\frac{2}{3}$ tegoż samego złotego. Bo frakcyą $\frac{2}{3}$ na mnieysze wyrazy sprowadzona, czyni: $\frac{2}{3}$, to jest groszy 10; a ponieważ $10 \text{ gr.} = \frac{1}{2} \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 10$. Więc groszy 10 = 10 groszy.

Tak samo czynić potrzeba, kiedy więcej ułomków w jednej frakcyi przyjdzie na jedną frakcyą złożyć. Np. następującey frakcyi ułomki: $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{3}$, w jedną złożyć, będą miał frakcyą tę: $\frac{3}{6}$ danym ułomkom zupełnie równą. (e)

S. 5.

(e) Ułomki z łamanych stać powstają, kiedy iaką frakcyą obacz się w inną do danego mianownika, a mianownik pierwszey frakcyi produkt wypadły nie

*O dodawaniu i odejmowaniu liczb łamanych.***28. Jak liczby łamane dodawać?**

Jeżeli łamane liczby do zebrań dane mają jednego mianownika, tak się w nich czyni dodawanie: dołączają się wszystkie liczniki, a summie tenże sam mianownik dany podpisuje się: np. Chcąc dodać te ułamki: $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$, zbieram liczniki, i mam z nich sumę zebrałą 3, której podkładam pośpolitego mianownika, i wypada ułamek: $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$, czyli $= 1 + \frac{1}{2}$.

Jeżeli zaś liczby łamane, które mam dodawać, różnych mają mianowników, takowe wprzód sprowadzam do jednego mianownika przez

spełna dzieli, stąd tedy się takowy frakcyi. Naprzykład Chcąc $\frac{2}{3}$ sprowadzić do frakcyi, której mianownik 6; rozmnażam licznik 2, przez danego mianownika 3, mam produkt 6, ten daję przez mianownika pierwszej danej frakcyi 3, przydzieli zostaje się 2; więc kładę wielkiz 2 nad mianownikiem 3, tak: $\frac{2}{3}$, i zaraz przyłączam takową z reszty wynikającą, z dawnym mianownikiem 3, krowo jest ułamkiem liczby łamanej, tak je pisząc: $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$, i tak je wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone do mianownika pięciu, czytają trzy z pięciu, i jeden ze trzech, jednego z pięciu: $\frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$.

Ze zaś $\frac{2}{3}$ równe $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$ tak tego dowieść można: ten ułamek liczby łamanej: $\frac{2}{3}$ do jednej frakcyi sprowadziwszy jest $\frac{1}{3}$; więc $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$. To frakcyę sprowadzam do jednego mianownika, mam $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$; a dodając je, będzie. $\frac{2}{3} = \frac{3}{3}$. Nakoniec tę frakcyę: $\frac{3}{3}$ na mniejsze terminy sprowadziwszy, dzieląc np. przez 3, wypadnie: $\frac{1}{1}$; więc: $\frac{3}{3} = \frac{1}{1}$.

przez pytanie 17. dopiero zbieram liczniki
sprowadzając do wspólnego mianownika; Np. chcąc doda-
ć te ułamki: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$. Sprowadzam je wprzód
do jednego mianownika, i mam nowe ułam-
ki przeszły równe: $\frac{4}{12} + \frac{3}{12}$. Teraz dodane
czynią: $\frac{7}{12} = 1 + \frac{7}{12}$.

29. Jeżeli liczby łamane mają przy sobie li-
czby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanymi przyjdzie
zbierać, tedy osobno znoszą się liczby cłko-
wite, osobno liczby łamane; np. Dodając gr:
 $2 + \frac{1}{4}$, i groszy $5 + \frac{3}{4}$, uczynią gr: $7 + \frac{4}{4} = 8$,
wszystko = 8 groszy.

Podamy już do odciągania liczb łamanych.

30. Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga się licznik mniejszy od większego,
jeżeli ułamki mają jednego mianownika; a je-
żeli nie, to się wprzód do jednego mianowni-
ka sprowadzają, a reszcie po odciągnięciu pod-
pisuje się pospolity mianownik. Np. $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} =$
 $\frac{3}{3}$ albo $\frac{1}{3}$. Także chcąc odciągać z $\frac{7}{4} - \frac{2}{4}$ spro-
wadzam ułamki do jednego mianownika, i
mam: $\frac{7}{4} - \frac{2}{4}$. Teraz liczniki odciągawszy,
mam ułamek $\frac{5}{4}$.

31. Co jeszcze w odciąganiu liczb łamanych
uważać trzeba?

To jeszcze zważyć potrzeba: kiedy przy-
jdzie odciągać liczby całkowite z łamanymi od
całkowitych oraz z łamanymi, w ten czas cał-
kowite odciągamy od całkowitych, a łamane
od łamanych, po składając reszcie pospolitego
mianownika. Np. z $7 + \frac{1}{4}$ chcąc odciągnąć 3
 $+ \frac{3}{4}$, zostaje się $4 + \frac{4}{4}$.

Kiedy zaś dana będzie frakcyja do odciągnię-
cia jej od liczby całkowitej, tedy wprzód
całkowitą sprowadzam na frakcyję, do miano-
wnika

Przyłęgły frakcyi, toż d piero zmię
 1. Chęgo odciśać z $\frac{5}{3}$ — $\frac{1}{3}$
 2. m naprzód 3 piero danego mianow-
 3, mam frakcyę z temie mianowniku
 od której odciśnem — $\frac{1}{3}$, i zostaje się:
 $\frac{4}{3} = 4 \frac{1}{3}$.

Podobnym sposobem chęgo od 9 odciśnięć
 $4 \frac{1}{3}$. Naprzód i z odciśnięć liczbę 9 obra-
 cizm na frakcyę, której mianow-
 wnika, co i frakcyę daną i będzie frakcyę $\frac{4}{3}$,
 od której odciśnem — $\frac{1}{3}$, i zostaje się $\frac{2}{3}$; po-
 tym odciśnięć liczbę 6 — więc 4 od 2 (bom
 iedno na frakcyę $\frac{2}{3}$ — $\frac{1}{3}$) i z stać się
 mi wynosić: $4 \frac{1}{3}$. Albo i z 4 odciśnięć to
 sprowadzam piero do mianownika 3 przy-
 łęgły frakcyi piero z mianow-
 nika i odciśnięć liczbę daną 3, i mam nową
 frakcyę: $\frac{2}{3}$. Potem 9 odciśnięć to sprowadzam
 także na mianownika danego 3, i będę miał
 frakcyę: $\frac{4}{3}$. Teraz z tych frakcyi: $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$
 odciśnięć 3 piero mianownika od większej, zosta-
 nie $\frac{2}{3} : \frac{2}{3} = 4 \frac{1}{3}$.

Należy pamiętać, iż do zbierania
 i odciśnięcia liczb łamanych, potrzeba zawsze,
 aby iednego mianownika mieć.

§. 6.

O mnożeniu i dzieleniu liczb łamanych.

32 Jak się odprawuje mnożenie liczb łama-
 nych?

Rozmnażają się liczniki i mianownik mię-
 dzy sobą, produkt z liczników, będzie li-
 cznikiem nowej frakcyi, a produkt z miano-
 wników, będzie mianownikiem frakcyi no-
 wey. Np. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$.

33. Które przypadki w rozmnożenia liczb łamanych trafiać się mogą?

Te trzy następujące: albo rozmnażać przydziełom \times przez dzielom; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo na koniec mnożyć przydziełom z liczbą i łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, liczniki i mianowniki osobno rozmnożyć, i będzie o prawione mnożenie. Np. chcąc mnożyć $\frac{5}{7}$ przez $\frac{3}{5}$: rozmnożywszy liczniki 5×3 , i mianowniki 7×5 , wypadną produkta: $\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$. Podobnie rozmnażając $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{5}$, wypadnie produkt: $\frac{6}{15}$.

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitej podkłada się za mianownika 1, potem czyni się mnożenie sposobem ukazanym. Np. chcąc 5 przez $\frac{3}{4}$ rozmnożyć, po kładam pod 5 jedno, i będę miał naby frakcyą: $1 \times \frac{3}{4} = 1 \frac{3}{4}$.

36. Co na koniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzają się wprzód na liczby łamane; dopiero czyni się mnożenie sposobem opisanym, np. Chcąc rozmnożyć 7 przez $2 \frac{1}{2}$; sprowadzam wprzód z całkowite do mianownika frakcyi przy-

przyległej $\frac{1}{3}$, a pod 7 kładę 1, i mam ułamki nowe: $\frac{7}{3}$ i $\frac{1}{3}$, które rozmnożone czynią: $\frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$. Pod. bnie gdy chcę rozmnożyć: $6 \frac{1}{3}$ przez $3 \frac{1}{3}$, sprowadzam liczbę całkowitą do frakcyi danych mianowników, i rozmnożywszy licznik w i mianowników, wypadnie produkt: $\frac{36}{3} = 12$, albo $\frac{36}{3} = 12$, albo $\frac{36}{3} = 12$.

37. Pokażmy w przykładzie pożytek mnożenia liczb łamanych?

Niech będzie następujący przykład: Płacąc łokcie sukna po $6 \frac{1}{3}$, to jest po złot: 6. i gr: 10, p, tam wiele zapłacić potrzeba za 20 $\frac{1}{3}$, to jest za łokci 20 i ćwierci 2?

Sprowadzam naprzód liczby całkowite do przyległych im frakcyi, to jest: $6 \frac{1}{3} = \frac{19}{3}$, a $20 \frac{1}{3} = \frac{61}{3}$. Rozmnożywszy między sobą te frakcyi: $\frac{19}{3} \times \frac{61}{3}$, wypadnie: $\frac{1159}{9} = 128 \frac{7}{9}$ czyli $\frac{1159}{9}$. Więc za łokci 20 i ćwierci dwie dać powinienem złot: 128. i gr: 20.

38 Jak łatwość liczb łamanych mnożenie odprawić można, i kiedy?

Liczb łamanych mnożenie odprawić także można przez dzwizgę, dzieląc na krzyż mianownika frakcyi jedney przez licznika frakcyi drugiey, i wzajemnie; lecz tylko w ten czas, gdy się bez reszty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcyi: $\frac{2}{3}$ przez $\frac{4}{5}$, dź ełę 8 przez 4, a to 10 przez 2, i mam produkt danych frakcyi: $\frac{8}{15}$. Jakkż mnożąc te dwie frakcyi wyżey podanym sposobem, toż samo wypadnie. Bo $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15} = \frac{8}{15}$.

Osazanie czyli demonstracya mnożenia liczb łamanych.

Mnożyć frakcyę A przez frakcyę B, jest to
wyna-

wynosić za produkt frakcyę C, któraby się
tę samą ilość w frakcyi mianownej B, ile
mianownik A, za mianownik ma, mie-
ścił w jej mian. A że w tym razie, jako
frakcyę C, dwa razy mieści się w frakcyi B,
tak samo i A dwa razy mieści się w jej mian,
zatem frakcyę C jest produktem frakcyi B,
rozłożonej przez frakcyę A.

A. B. C.

$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Się każdy dożyć może, dla czego z mno-
żenia liczb łamanych A i B, produkt C wy-
nikałszy mnożony jest od frakcyi, które mię-
dzy sobą mnożą. Bo ponieważ i tak się ma
do frakcyi A, tak się ma frakcyę B do frakcyi
C, i zatem w mnożeniu prostem p wie-
dzieć i jedno i drugie nad frakcyę A;
więc i frakcyę B większą będzie powinna nad
frakcyę C; a zatem produkt przez frakcyę C
wynikający, powinien być mniejszy.

Tak o dzieleniu liczb łamanych mówić
będziemy.

39. Jak się odprawia dzielenie liczb łama-
nych?

Ogólnie mówiąc, odprawia się dzielnika
współdzielnicę, to jest łącznik kładąc na
miejscu mianownika, a mianownika na miej-
scu łącznika, potem liczniki i mianowniki
osobno między sobą rozmnożywszy, produkt
współdzielący będzie w liczniku orazem frakcyi danej.
Na przykład dzieląc $\frac{1}{2}$ przez $\frac{2}{3}$, będzie: $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$.

40. Wiele przypadków w dzieleniu liczb
łamanych trafić się może?

Podobnie jak w mnożeniu trzy przypadki

F

tra-

trafić się mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo na koniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą z łamaną.

41. Jak się w pierwszym przypadku frakcyą przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca się wspak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopiero czyni się mnożenie, np: Chcąc dzielić $\frac{2}{3}$ przez $\frac{1}{4}$; obracam dzielnika $\frac{1}{4}$ wspak, mam $\frac{4}{1}$; teraz mnożąc liczniki 4×2 , i mianowniki 3×1 , wypadnie wieloraz $\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$. Podobnie dzieląc $\frac{6}{5}$ przez $\frac{2}{3}$, obróciwszy wspak dzielnika, i liczbę rozmnożywszy, wypadnie wieloraz $\frac{9}{1} = 9$.

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyjdzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitej podłożyć jedno, a dzielnika wspak obrócić, potem mnożyć liczniki i mianowniki; produkt będzie danym wielorazem: np. Chcąc dzielić 3 przez $\frac{1}{2}$; podkładam trzem jedno, mam: $\frac{3}{1}$, i wspak obróciwszy dzielnika $\frac{1}{2}$, mnożenie uczyniwszy, będzie: $\frac{6}{1} = 6$. Podobnie $\frac{2}{3}$ dzieląc przez 6, dadzą wieloraz: $\frac{2}{3}$ albo $\frac{2}{3}$.

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawnie się liczb łamanych dzielenie?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą wraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzód sprowadzić do frakcy przyległych, a potem czynić działanie, jak się w pierwszym przypadku powiedziało: np. Chcąc dzielić 7

$\frac{1}{2}$ przez $\frac{1}{4}$; sprowadzam wprzód 7 do frakcy przyległej, będzie $\frac{22}{7}$. Dzielnika wspank oboiem, mam $\frac{22}{7}$. Teraz $\frac{22}{7} \times \frac{1}{4}$, wypadnie wieloraz: $\frac{22}{7} = 29 \frac{1}{7}$. Podobnie chcąc dzielić $5 \frac{1}{2}$ przez $4 \frac{1}{2}$, sprowadziwszy liczby całkowite do przyległych frakcy, i dzielnika wspank obióciwszy, wypada wieloraz: $\frac{5\frac{1}{2}}{4\frac{1}{2}} = 1 \frac{1}{5}$.

44. Jak łatwiej, i kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy mianownik w oboiej frakcyi jest tenże sam, tedy mianowników zmazawszy, licznika przez licznika dzielę, i mam wieloraz prawdziwy; a jeśli się co po dywizyi zostaje, to piszę przez frakcyą z mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak np. dzieląc $\frac{4}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, zmazawszy mianowniki dane, a podzieliwszy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc $\frac{4}{2}$ przez $\frac{2}{2}$, mążę mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwszy wyniknie: 1. $\frac{1}{2}$.

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika danej, spełnia dzielą terminy frakcyi podzielney, natenczas nowy licznik i mianownik, które z tej dywizyi wynikną, będą wielorazem danej frakcyi. Tak np. chcąc dzielić frakcyą $\frac{4}{2}$ przez $\frac{2}{2}$ podzieliwszy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową: $\frac{2}{1}$, która jest prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarównie dzieląc $\frac{12}{3}$ przez $\frac{4}{1}$, wypadnie: $\frac{3}{1}$.

Okazanie, czyli demonstracya roboty w dzieleniu liczb łamanych.

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, jest wynaleść wieloraz C, do którego iedno tę powinno mieć proporcycą, iaką ma dzielnik B

F 2

do

do liczby podzielney A, podług reguł o dzieleniu prostem wyżej podanych. Lecz że w tym miejscu, jedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyja dzieląca B do frakcyi podzielney A; Jedno albowiem tak się ma do frakcyi C, iak się ma mianownik teyże frakcyi, do swego licznika; przez Prawdę I. Frakcyja z 3 do 4 do frakcyi A tak się ma, iak 3 do 4. Gdyż sprowadziwszy te dwie frakcyje A i B do jednego mianownika, mam frakcyje: M i N. frakcyjom A i B we wszystkim równe; te mają dla jednakowego mianownika tę samą do siebie proporcycę, iak 3 do 4; a zatem jedno tak się ma do frakcyi C, iak się ma frakcyja B do A; przeto frakcyja C jest wieloraz frakcyi A i B do podzielenia danych.

B. A. C.

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}.$$

M. N. 1

$$\frac{3}{4} : \frac{6}{8} \mid 1. \frac{4}{8} : 3. 4.$$

Z tego okazano, łatwo doysć można przyczynę, dla której w dzieleniu liczb łamanych, wieloraz wpada większy nad liczbę do podzielenia daną; co się w ten czas przytakuje, kiedy frakcyja dzieląca mniejsza jest od jednego całkowitego. Bo ponieważ dzielnik tak się ma do liczby podzielney, iak się ma jedno do wielorazu; odmierwszy tę proporcycę, dzielnik tak się będzie miał do jednego, iak liczba podzielna do wielorazu. A że dzielnik jest mniejszy od jednego całkowitego, zaczem i liczba podzielna od wielorazu mniejsza być powinna.

Proba dodawania, odejmowania, mnożenia i dzielenia liczb łamanych, też same są, które

które się podały wyżej w regułach liczb całkowitych; to jest: Addycja doswiadcza się przez subtrakcyę, subtrakcyę przez addycyę, moltiplikacyę przez dywizyę, dywizyę przez moltiplikacyę, posobem tamże przepisany. (f)

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Aritmetyki.

§. I.

O Proporcji w potęz ślisko.

1. **W**iele jest reguł wyższey Aritmetyki? Reguły wyższey Aritmetyki przypisane są do nich się cztery, to jest: 1. Reguła proporcji. 2. Reguła towarzystwa, albo spółki. 3. Reguła wzięcia. 4. Reguła doświadczenia, czyli fałszywego założenia. Do tych przysługują Arytmetycy: wyciągnięcie, i skoki liczoowe. Pierwsza z wyrażonych reguł jest nayprzedniejsza, gdyż na niej inne opierają się, i bez iey pomocy odprawić się nie mogą. Przeto do zupełnego iey zrozumienia, na rzecz potrzebną sądzę, o liczbach stosunkowych i ich własnościach nieco powiedzieć.

2. Co

(f) Ciekawych dotąd o Addycji, Subtrakcji, Moltiplikacji i Dywizji, których reguły, jak i fałszywego założenia, w wyżej wspomnianym rozdziale Aritmetyki, bez tych fałszywych założenia, nie można było wyłożyć, a teraz, jak się nie-raz już przedtem widziało, bez pomocy tylko odliczeń, i fałszywych, w następnych regułach Arytmetycznych, a nie w regułach poprzednich.

2. Co to jest proporcya w powszechności? co względ, albo *ratio*?

Proporcya jest to dwóch względów wzajemnych pewne porównanie albo pomiarkowanie. Ten zaś względ (*ratio*) jest dwóch liczb albo rzeczy, iedney do drugiej stosowanie, albo mienie się. Tak np. 6 i 3 do siebie stosując, widzę, że liczba 6 i całą 3 dwa razy w sobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy się zamyka. Podobnie te liczby: 2 i 1 do siebie stosując, widzę, że 2 dwa razy 1 w sobie zamyka, a 1 we dwóch także dwa razy się zawiera. Otoż ten względ liczb zowie się proporcją, która w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy się zamyka.

3. Jak się zowią te terminy?

Pierwszy termin zowie się pierwszy poprzedzający (*Antecedens*.) Drugi zowie się iwszy następujący (*Consequens*.) Trzeci zowie się drugi poprzedzający; A czwarty drugi następujący. Pierwszy także i ostatni terminy zowią się ostatniemi; a drugi i trzeci średniemi nazywają się. Cztery terminy tenże są względ między sobą mające, zowią się proporejonalne.

4. Wieloraka jest proporcya?

Jest dwojaka: rozdzielna, (*discreta*) i ciągła (*continua*.)

5. Co jest proporcya rozdzielna, a co ciągła?

Rozdzielna jest ta, w której liczby czyli terminy proporcji po raz iednym, a każdy z osobna bierze się. Np. 2. 4. : : 3. 6. mówię: tak się ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka się dwa razy, a 3 w 6 także dwa razy

razy się zamyka. Albo od końca : 6 tę liczbę 3, dwa razy w sobie zamyka ; podobnie 4 tę liczbę 2, dwa razy w sobie zawiera. Tey proporcji w następujących regułach naywięcej i nayczęściej używać będziemy.

Ciągła zaś proporcja jest ta, kiedy liczba czyli termin we środku położony, dwa razy bierze się i porównywa, raz iak poprzedzający, drugi raz iak następujący. Np. $\frac{4}{2} = \frac{2}{1}$. mówię iak się mają 4 do 2, tak się mają też same 2 do 1. Gdzie 2 raz się biorą za termin następujący, drugi raz za termin poprzedzający. Ta proporcja w skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Które są prawidła, albo fundamenta upewniające o niezawodnych własnościach proporcji?

Są te trzy następujące:

Pierwsze, Jeżeli cztery dane liczby będą między sobą proporcjonalne, tedy produkt z liczby pierwszej i ostatniej, równy będzie produktowi z liczbey drugiej i trzeciej. Damy cztery liczby proporcjonalne :

$$3. 6 :: 4. 8.$$

Jako $3 \times 8 = 24$, tak wzajemnie $6 \times 4 = 24$. Na tem prawidło zasadza się robota reguły proporcji prostej, i iey proba. Albowiem jeżeli produkt przez jedną liczbę, z liczb między sobą rozmnożonych będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. Np. jeżeli produkt 24 wynikający z mnożenia 4×6 , podzielony będzie przez 6, wypadną 4; jeżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego jeżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcjonalne, np. 3 6. :: 4. a szu-

ka kto czwartego, do którego to się miały proporcją trzeci, którą ma pierwszy do drugiego; mianowicie drugiego do trzeciego, pierwszy do czwartego, a produkt powstał z pierwszego i drugiego, wypadnie czwarty i ten sam produkt wyjdzie z 2.

Przytęgnijmy tego rodzaju do z wyjątkiem drugiego terminu proporcji, które jest podobne wypadki, któryby wypadł z pierwszego i trzeciego przez czwarty i czwarty. Wtedy przez mnożenie drugiego o czwarty, byłby ten sam termin czwarty, ale nie ten sam wyrażony liczbami skryty. Gdyby ten produkt ten produkt przez ten sam produkt, wypadłby drugi faktor, czyli czwarty, ten sam drugi skryty. Tymże sposobem możemy otrzymać pierwszy, dzieląc produkt z liczbą trzecią przez termin czwarty, wyjdzie pierwszy.

Drugie Prawo. Jeżeli z danych czterech terminów, termin pierwszy tak się ma do trzeciego, jak i do odwrotu terminu czwartego do drugiego, tedy produkt z pierwszego i drugiego, będzie równy produktowi z trzecim i czwartym. Dajmy cztery liczby następujące: 1. 6 : : 2. 3.

W tych liczbach, 1. jest do pierwszego terminu 1, i trzecim 2, tak sama zachodzi proporcja, która między terminem czwartym 3 i drugim 6, tedy będzie proporcja porządkowa: 1. : 2. : : 3. 6. Przeto według Prawa I. $1 \times 6 = 2 \times 3 = 6$. A zatem produkt z pierwszego i drugiego, będzie równy produktowi z trzecim i czwartym.

Na tem prawie opiera się reguła proporcji wprost odwrotnej. Ponieważ bowiem w tej proporcji produkt z terminu pierwszego i drugiego jest równy produktowi z trzeciego i czwartym.

czwartego, więc pierwszy termin jest pierwszym i drugim, wypadnie czwartego, który jest siódmym, ale do drugiego nie przesyła do trzeciego. Np. 1. 6 : 1 : 2. 3.

Termin trzeci J. Żeli dane będą trzy liczby, które są proporcjonalne, produkt z pierwszej i trzeciej, równy będzie produktowi drugiej w się wprowadzonej, (to jest przez siebie samą rozmnożonej) i przyniesie, produkt drugi w się wprowadzony, równy będzie produktowi z pierwszej i trzeciej. Np. $\frac{1}{2} : 1 : 2$. $1 \times 2 = 2 \times 1 = 4$.

Składając więc w ciętej proporcji trzeciego terminu nieznanego, drugi termin przez się rozmnożem, a produkt dzielę przez pierwszy, wypadnie trzeci ukryty. Np: pierwszy 2 do 4, a czego wiedzieć inka będzie trzecia liczba, do której 4 też samą miłą proporcją, którą mają 2 do 4, średnią liczbę 1 i przez siebie rozmnożem, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwszą liczbę 2, wypada trzeci proporcjonalna 8. (g) Tego prawa przykład ukaza się niżej, gdy będziemy mówili o wynajdowaniu różnych liczb ciągle proporcjonalnych.

§. 2.

Regule proporcji albo trzech prostych.

7. **C**O jest reguła proporcji?

Jest ta, która uczy, i podaje sposób, do

(g) Te same wspomnionych proporcji wiele dziwnych rzeczy rozwiązać można, które prostacwo za niewarte sądzi, i które rozwiązane za cud jakiś pożytywać zwykło.

do wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartej niewiadomej proporcjonalnej. Y dla tej przyczyny zowie się regułą proporcji.

8. Jak się inaczej nazywa reguła proporcji?

Nazywa się jeszcze : Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie się regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złotą nazywa się dla zaćności i nieskończonego pożytku w pożytku ludzkim. Regułą zaś trzech zowie się przeto, iż ze trzech liczb danych wiadomych, czwartej niewiadomej dochodzić uczy.

10. Wielorako dzieli się reguła proporcji?

Dzieli się pospolicie czworako : na prostą i składową porządką ; potem na prostą wspak obróconą, i na składową wspak obróconą. O każdej w szczególności mówić będziemy.

11. Co jest reguła proporcji prosta porządką?

Jest ta, w której czwartego terminu szukamy takiego, któryby też samę miał proporcją do trzeciego, jaką ma drugi do pierwszego. Wiedzieć ahowiem trzeba, iż w regule proporcji prostej, im większy jest termin trzeci od pierwszego, tym czwarty większy być powinien od drugiego; i przeciwnie, im trzeci termin mniejszy jest od pierwszego, tym czwarty mniejszy być powinien od drugiego. W przykładach następujących jasnie to się pokaże.

12. Jak się w tej regule proporcji prostej terminy układają?

Ta liczba, do której jest przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie się na miejscu trze-

trzecim, ta zaś która z liczbą na miejscu trzecim położoną, jednego jest gatunku, kładzie się na miejscu pierwszym; ta która się zostaje, kładzie się we środek.

Przykład I. Pytam się: wiele dadź potrzeba za 5 bochenków chleba, którego jeden bochenek płaci się po groszy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do siebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenków kładę na miejscu trzecim, a 1 bochenek kładę na miejscu pierwszym, zostającą się liczbę innego gatunku, kładę we środku tym sposobem:

$$1. \quad 3 :: 5.$$

13. Jak się ta reguła prostej proporcji odprawuje?

Odprawuje się tak: Termin drugi rozmnaża się przez trzeci; a produkt z tego rozmnożenia wynikający, dzieli się przez termin pierwszy. Wieloraz wypadający będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcjonalnym, i na zadane pytanie odpowie. Ta robota zasadza się na praw: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielę przez termin pierwszy 1. Lecz ponieważ jedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb gr: Chł: gr.

$$1. \quad 3 :: 5. \quad 15.$$

5

15

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dadź trzeba za 5 bochenków chleba, gdy się jeden płaci po 3 grosze.

Przy-

Przykład II. Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wie e wyda, rachowajacy kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Mies: zł: Mies: zł:

$$4. \quad 25 :: 12. \quad 75.$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 25 \\ \hline 25 \\ \hline 4 \overline{) 300} \quad | \quad 75 \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Przykład III. Podłoga w sieniach obierał 2 mł 8, podłoga w 40 w sieniach dni 40, 2 mł 5, podłoga w 5.

Robota. Młc dni Młc dni.

$$8. \quad 2 :: 40. \quad 5.$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 8 \overline{) 40} \quad | \quad 5 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

14. Co na ten czas czynić pot zebę, kiedy dane terminy będą różnego gatunku?

Trzeba je przed redukowaniem na jeden gatunek, potem tak czytać jak wyżej.

Przykład Ktosiś zlecił Malarz, bierze na 10 złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zrobi?

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy różnego gatunku dni i miesiąc,

razem miesiąc obrócić na dni 30, i ukła-
c m proporcją:

Dni złote. Dni złote.

1. 2 :: 30. 60.

60.

Wień za miesiąc zarobi złot: 60.

Przykład II Dłóć i dać godzin 24, rok
cały, a w ten 365, wiele godzin dadzą?
Ile groszy obrócić: 8760.

11. Co łatwie w tych terminach uważać
trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego i trzeciego ter-
mina, mniejszy będzie od terminu pierwsze-
go, a przeto przetrzeć nie będzie się mógł
dzielić, na ten czas ów produkt, czyli drugi
termin wprzód na który gatunek sprowadzić
trzeba, toż dopiero dzielić.

Przykład Za poltarnę płotną, to jest za łó-
cki 50 dałem złotych 25; pytam ile jeden
łokieć kosztuje?

Układam terminy:

Łok: złot: Łok; złot:

50. 25 :: 1.

Ponieważ jedno nie mnoży, a 25 złotych
przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc zło-
te sprowadzam na grosze, i mam gr: 750.
M więc tedy: jeżeli za 50 łokci dałem groszy
750. Cóż przypadnie za 1. łokieć? Wypada
groszy. 15.

Łok: grosze Łok: gr:

50. 750 :: 1. 15.

16. Kiedy liczby całkowite mają przyległe
ułamki, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obrócić na frakcy-
e przy.

przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, które frakcyi żadney nie mają, podkłada się 1 za mianownika; potem odprawnie się mnożenie i dzielenie sposobem o liczbach łamanych przepisany.

Przykład I. Za łokiec 1 felpy dałem złotych 2 i $\frac{1}{2}$; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci 6 $\frac{1}{2}$; to jest za 6 łokci i trzy ćwierci? Liczba szukana: złot: 16 $\frac{1}{2}$.

$$1. \quad 2 \frac{1}{2} :: 6 \frac{1}{2} ..$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} :: \frac{27}{2} \cdot 16 \frac{1}{2}.$$

Ten przykład, i i. sze podobne, odprawnie przez samo mnożenie, bo iedno na pierwszym miejscu nigdy nie dzieli.

Przykład II. Kasper przez półtrzeci godziny ubiegł mi 4 $\frac{1}{2}$; pytam wiele ubiedz powinnem za godzin 9 $\frac{1}{2}$? Liczba szukana: 16 $\frac{1}{2}$, albo $\frac{3}{2}$.

$$2 \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{1}{2} :: 9 \frac{1}{2}.$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} :: \frac{17}{2} \cdot 16 \frac{1}{2} ... (h)$$

17. Jakie jest tey reguły prostej proporcyi skrócenie?

Jeżeli z samego spojrzenia postrzegam, że termin pierwszy i trzeci, albo termin pierwszy i drugi, przez jaką liczbę dzielić się mogą spelną, dzielę je przez ową liczbę, a wielokrazy na miejscach dzielonych terminów kładę. Podobnie jeżeli w wspomnianych terminach znajdują się zera, zmazac je mogę.

Ważę-

[h] Kroby frakcyi nieuniał, niechay garunki wyższe zniż na niższe, dopieco nich czyni robotę; po której skończoney, niech znowu garunki niższe obraca na wyższe. Np. w przykładzie I. 1 łokiec obracam na 4 ćwierci, i złote i groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 i trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcją: 4. 75 :: 27.

wszędzie jednak równość zachowując. Potem dopiero czynię robotę. Łatwiej mi zaś roz-
mnażać i dzielić liczby małe jak wielkie.

Przykład I. Pytam się wiele mam dać za 12
łokci sukna, którego łokci z kosztują złotych
14? Ułożywszy terminy, widzę że pierwszy
i trzeci termin dzielić się spelną może przez
2. Dzielę je więc przez 2, a wielorazy na tych
miejscach kładę. Oto robota:

) Łok: Złot: Łok:

Dzieln: 2) 2. 14 :: 12.

) 1. 14 :: 6. 84.

Przykład II. Sto korcy pszenicy przedają po
złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą
kosztowały? W tym przykładzie w pierwszym
i drugim terminie po dwa zera odcinam, i
bez dzielenia wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 :: 4. 40.

Przykład III. Biorącemu w prowizyi sześć
od sta; pytam ile się należy od 38,000?

1|00. 6 :: 380|00. 2280.

18. Jaki jest sposób na doświadczzenie dobrze
odprawioney reguły proporcji prostey?

Ten niezawodny: jeśli produkt z liczb sze-
dnych jest równy produktowi z liczb skraj-
nych, to reguła dobrze uczyniona; jeśli nie-
równy, trzeba ją ponowić. Tak np. w przed-
ostatnim przykładzie, produkt z 100 X 40,
równy jest produktowi z 1000 X 4 = 4000.

Ta próba zasadza się na praw: 1.

§. 3.

O regule proporcji składaney porządkney.

19. **C**O jest reguła proporcji składana?
Jest ta w której prócz trzech termi-
nów

now istotnych, znajdują się inne przydatkowe, znaczące czas, zysk albo stratę, i tem podobnie do konczności, a w których szuka się jednego terminu nieznanego.

19. Jak się w tej regule składanej terminy układają?

Terminy istotne układają się tak, jak w regule proporcji prostey. Terminy zaś przydatkowe układają się po istotnych, lub też pod nimi, przydając znak X. jak w przykładzie 1. widzieć można.

20. Jak się ta Reguła odprawia?

Terminy istotne rozmieszczają się przez przydatkowe, tak jakby ze względu na nie były trzy tylko terminy wypadły. Potem przynajmniej jeden z nich w regule prostey proporcji. Przykład 1. Pan i den trzem sługom za 1 kwartał dał im płaty złotych 200, co za wino dźwieć, sługom 6 za 4 kwartały wino przypadło?

W tym przykładzie liczby znaczące usługi i pieniądze, są terminy istotne, liczby zaś znaczące kwartały są przydatkowe. Układają się więc tak:

$$3 \text{ X } 1. \quad 200 :: 6 \text{ X } 4.$$

$$\text{Albo tak:} \quad 2. \quad 200 :: 6$$

$$1. \quad 4.$$

Mnożę teraz 6, przez 4, mam: 24; potem 3 przez 1, mam: 3, i proporcya tak stoi:

$$3. \quad 200 :: 24 \dots$$

Mając już trzy tylko terminy proporcjonalne, rozmierzam drugi przez trzeci, a produkt dzielę przez pierwszy, i wypada mi liczba szukana: 1,6000. na czwarty termin.

Przy-

Przykład II. Tysiąc złotych przez 2 le-
cie - 2000 zł. przez 2 lata 300; stem złotych
przez 10 w roku, a ze zarobek?

$$2000. 300 :: 100.$$

Lata 2 10 Lata

$$2000. 300 :: 1000. 150.$$

Przykład III. O 120 złotych z prowizją
rocznie od 10, płać się co roku 80;
od 12,000 z prowizją szóstu od sta, wiele
płać przypada?

$$2000 \times 4. 80 :: 12,000 \times 6.$$

$$8 \text{ Dziel: } 8 | 000 - 80 :: 72 | 000 :$$

$$1 - 10 :: 72. 720.$$

W tym przykładzie dla ułatwienia mnoże-
nia dzielę terminy rozmnożone pierwszy i
ostatni przez 8, a resztę mnożę, i gładę mno-
żenie i dzielenie.

12. Jak mnożyć tę regułę składaną odpra-
wić można?

Przyjmując dwa razy regułę proporcji pro-
stej, a to jest regułę składaną dwa zadania
proporcjonalne sobie same. Naprzód tedy po-
mnożymy terminy przydatkowe, a same trzy
terminy istotne w proporcję ułożywszy, szu-
kam terminu czwartego; w drugiej proporcji
kładę się po bokach terminy przydatkowe, a
w środku ich dopiero wynaleziony czwar-
ty termin proporcjonalny.

Przykład I. Komuś jeden od stancyi pła-
ci. Komuś drugi za 6 w zł. złotych 9; pytam
Komuś drugi 6 złotych kwartały wieleby za-
płacić powinien? Układam pierwszą propor-
cję.

Komu: złot: Komu: złot:

$$1. 9 :: 6. 54.$$

G

Z piero

Z pierwszej roboty wypadł czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcję mówiąc: za jeden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypadł 162.

$$1. \quad 54 :: 3. \quad 162.$$

Przykład II. Na płacę dla 10 żołnierzy przez miesiąc jeden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć, ile wypadnie dla żołnierzy 500 przez miesiąc 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu używać sposobu, który mu się spodoba, pierwszy atoli zda się krótszy i łatwiejszy.

23. Co jeszcze o tej regule składaney wiedzieć potrzeba?

To jeszcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę wchodzi czasem siedm, czasem i więcej terminów, które się w jedną proporcję zbiorą, mając istotne przez przydatkowe, albo kilka razy powtarzając regułę prostej proporcji, sposobem dopiero opisanym.

Przykład Kupiec pewny handlując 500 czerwonymi złotemi lat 4, zyskał czerw: złotych 300; pytam się kupców 4 handlując czerwonymi złotemi 1740 lat 6, ileby zyskali?

W tym przykładzie terminy istotne są trzy: Kupiec jeden zyskał czerw: złotych 300, ile zyskał 4? Układam więc proporcję, terminy przydatkowe pod, albo przy istotnych układając:

$$1. \quad 300 :: 4.$$

$$\text{Czerw: zł: } 500 \quad \text{---} \quad 1740$$

$$\text{Lata } 4 \quad \text{---} \quad 6 \text{ Lata.}$$

$$\text{Albo: } 1 \times 500 \times 4. 300 :: 4 \times 1740 \times 6.$$

... wpa-
... ów, wypada czwarty termin:

... an proba tey reguły składaney ?
... reguły proporcji prostey
porządnej, iako wney.

§. 4.

O Regule proporcji wspak obróconey.

24. CO jest reguła proporcji wspak obró-
cona prosta (*Simplex inversa*?)

Jest to, w której termin pierwszy tak się
ma do trzeciego, iak termin czwarty do dru-
giego. Np. 12. 4 :: 6. 8. i która podaje spo-
sób do wyniesienia czwartego terminu nie-
znanego. W regule albowiem proporcji po-
rządnej powiedzieliśmy, że termin pierwszy
tak się ma do drugiego, iak trzeci do czwar-
tego. Tym pierwszym termin od trzeciego jest
większy, tym termin drugi od czwartego wię-
kszy być powinien, i przeciwnie. W tey zaś
regule inaczej rzecz się ma, iak się zaraz po-
każe. Ponieważ zaś naywięcej w tym tru-
dności zachodzi, iak poznać, kiedy tey regu-
ły użyć trzeba, zaraz na to podaję sposób:

25. Jak tedy poznać można, kiedy reguła
proporcji jest wspak obrócona?

Jle razy z samy natury zadanego pytania
wypada, że im większy jest termin pierwszy
od trzeciego, tym czwarty ma być większy
od drugiego; lub im mniejszy jest termin pier-
wszy od trzeciego, tym czwarty ma być
mniejszy od drugiego; albo biorąc od środ-
ka: ile razy wypada, iż im większy jest ter-

G 2

min

ten drugi od pierwszego, tym więcej, a
pięć po prostu czwarty od drugiego, i po
ciwnie; w takowym razie zawsze reguły pro-
porcyi wypak obróconey używać trzeba.

Jest jeszcze i ten rozróżniania wypak obró-
coney proporcji sposób: kiedy przez termi-
nów trzecich zachodzi jaka rzecz od termi-
nów pierwszych, i w ten sposób widać, że
Jaka w pierwszym przykładzie niżej potozo-
nym kawałki pewna suma pieniędzy, w
drugim po c do zarządzone, w trzecim bu-
dynek do wystawienia dany.

26. Jak się ta reguła wypak obróconey od-
prawuje?

Termin pierwszy rozmnaża się przez dru-
gi, a produkt dzieli się przez trzeci. Za wci-
loraz wypadnie termin czwarty proporcji
ny, który tak się będzie miał do terminu dru-
giego, jak się ma pierwszy do trzeciego. Ta
robotą zasadza się na praw: II.

Przykład I. Kawalerów 10 pewną sumę
pieniędzy przez 4 lata wygodnie żyć mają;
pytam kawalerów 5 tej sumy jak długo ob-
chodzić się powinni?

10. 4 :: 5. . .

W tym przykładzie z samej natury zadane-
go pytania porzucam, iż 5 kawalerów dale-
ko dłużej tej samej sumy obchodzić się po-
winni, a niżeli 10 kawalerów. Ponieważ tedy
tym większy powinien wypaść termin czwar-
ty od drugiego, im większy pierwszy od trze-
ciego, ten przykład przez regułę proporcji
wypak obróconey rozwiązywać należy. Za-
czem rozmnażam 10 przez 4, mam 40; ten
produkt dzielę przez termin trzeci 5, i mam
terminu czwarty: 8.

10. 4:1: 5. 2.

Włec e kawałkow pnie cśa la owj sum-
mę witoze się p w m.

Przegląd II. Złoty pł. pnie p w m pole
owj sumę kawałkow pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę

6. 2:1: 10. 12.

Przegląd III. R. kawałkow 16 pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę

16. 6:1: 24. 42.

Przegląd IV. W pewnym C. pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę

3. 150:1: 6. 710.

Przegląd V. W pewnym C. pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę

8. 0:1: 12. 6.

27. Jak e wyliczyć być m. kawałkow?

Wyliczyć kawałkow pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę
owj sumę pnie cśa la owj sumę pnie cśa la owj sumę

małą pracę wypada mi ci napisać. Termin 6, tenże
sam co wcz. y.

23. Jak się to regula doświadczeń?

Muchogłose i nienajprzeważnie przegłoszone, a też min. trzeci przegłoszone. Jedną z jego właściwości będzie słowo, w którym dźwięk ten nie ma żadnego wyrażenia w przyrodzie, przegłoszonego w sposób naturalny.

29. Jak wypakować i złożyć aparat? Jak
czuć na regulę przesłoni i porządku?

Kładę termin, do którego przyłączone jest zadanie, na miejscu poprzednim, a termin jednego z nich gatańku, na miejscu następnym, a rzeczy zostający się na miejscu trzecim. Tak w ostatnim przykładzie 12 es b tak się ma do 8, jak dni 9 do dni 6.

12. 8 :: 9. 6.

9

12 1 2 1 G.

Toż samo w inszych przykładach, gdzie
nie chodzi na regułę prostey proporcji, czyli

18. 5.

Q regular property: since \mathcal{A} is a weak order, $\mathcal{A} \cap \mathcal{A}^c$ is a regular property.

go. **C**O jest reguła prostej i składowa w, jak
obrócona?

Jest to, w której i przedmowa wskazuje obrotowa, i prócz terminów użyczonych, inne przydatkowe zachodzą, a szuka się jeden nieznaiony.

31. Jak się w niej powinny układać?

Isotoni kładą się w rzędzie wiązonym, a przydatkowe w nie wiązonym. Wzrost, kierunek się proporcjonalny szkieletu i szkieletu z nim gąbki, kładzie się we szkieletu.

Feb.

Fabryka 1. Fabryka iedna tabaczna przez rok i argui pożytku zł: 20 000; Fabryk 6 po-
ż. 14 000 zł: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie istotne są te: Fabry-
ka 1, rok 1, Fabryk 6; przydatkowe zło-
tów 20.000, i złot: 140.000. Te więc ter-
miny tak układamy:

Fabry: Fabry:

1. Iata 6.

1

Złot: 20 000

140 000 Złot:

32. Układamy terminy, jak się ta reguła
odpowiada?

Dla lepszego pojęcia i łatwiejszego rozwią-
zania trzy przypadki tej reguły położymy: bo
albo same terminy wyższe będą między propor-
cją wprost obróconą, albo same niższe, albo
też i wyższe i niższe będą proporcji wprost
obróconej.

33. Co w pierwszym i drugim przypadku
czynieć potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe
terminy będą między proporcją wprost obro-
coną, rozstrząsając każde z osobna (sposobem
wyżej połączonym) to jest osobno wyższe, i
znowu osobno niższe rozbiegając, w takowych
przypadkach trzeba mnożyć terminy na krzyż,
produkt zaś z prawego terminu na wprost obro-
conego wprowadzonego w lewy porządek,
kiedy potrzeba na pierwszym miejscu za dziel-
nika, a produkt z lewego wprost obro-
conego, i prawego porządkowego na miejscu trze-
cim, średni termin na swoim miejscu niech
się zostanie. A tym samym zadanie w re-
gułę prostej porządkowej proporcji obróci się,
któ-

który sposobem wyżej oznaczonym odprawiający, wypadnie czwarty termin i nieznaomy szukamy. Przykład, zaraz to oddamy.

34. Co w trzech terminach czynić należy? Jeżeli po rozłożeniu terminów poznaię, że i wyższy i niższy terminy są wspak obrócone, w ten czas prawe obadwa terminy wższyszy i niższy mnożę, a produkt kładę na miejscu pierwszym w przedłożonej; i ten także terminy między sobą rozmnażam, a produkt kładę na miejscu trzecim, średni termin swoim miejscu zostaje się, a tak będzie reguła proporcji prosta porządną.

Przykład 1. Co wyżej o Fabrykach, w którym terminy wyższe wspak obrócone:

1.

6. wspak obrócone.

20000.

140000

Ułożywszy terminy, roztrząsam. jeżeli w tychże terminy, nie tykając dołowych, są wspak obrócone, w ten sposób: jedna Fabryka za rok 1 przynosi pewną sumę pieniędzy; Fabryk 6 iak prędko tę sumę swoją przyniosą? Rozum sam pokazuje, iż prędkość ta sumę przyniosą, iak za rok; więc w dwóch terminach proporcja jest wspak obrócona; bo im mniejszy jest termin pierwszy od trzeciego, tym czwarty mniejszy od drugiego wyniść powinien. Potem idę do terminów dołowych, i mówię: Fabryka w pierwszym 20000 złotych za rok 1 przynosi, i 140000 złotych za wie. ile lat przyniesie? Poznać, że więcej lat na to potrzeba; a więc ta proporcja jest porządną: bo im trzeci termin iak większy od pierwszego, tym czwarty większy od drugiego.

szare: tam czwarty większy być powinien od trzeciego.

Przykład I. Jeśli termin wyższy są wypadki pierwsze, a niższe pierwsze, postępując dalej według nauki o przypadkach pierwszym i drugim; to jest: mnożymy liczbę pierwszą 6 przez 140000, otrzymamy 840000, mamy produkt na termin pierwszy; potem mnożymy lewy wypadek obrócony i przez prawy porządkowy 140000, a produkt idące na miejsce trzecim, przedni zaś termin 1, otrzymamy w środku, tak: 120000. 1.: 140000; i po tym czwarty termin szukany: 1 1. Jeżeli więc jedna Fabryka przynosi złotych: 20000 za rok, Fabryka 6 złotych: 140000. przyniosą za rok 1 i 17 czyli 2 miesiące.

Przykład II. Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owa wyszedł przez 6 dni; pytamy na koni 9 miarek owa 180 na wiele dni wystanie? Układam terminy:

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9 \\ 36 & 6 \\ 180 & 324. 6:: 540. 10. \end{array}$$

Po odprawionej robocie wypada, iż tylko na 10 dni dla 9 koni ów owies wystanie.

Przykład III. Jeżeli 10 żołnierszy biorą żołnierz: 5000 za 5 miesięcy, pytamy żołnierzy: 12000, summa pieniężną złotych: 100.000 jak długo żywić się mogą?

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 12000. \\ 5000. & 5. \\ 100000. & 6. 5:: 10. 8\frac{1}{2}. \end{array}$$

Wypada liczba szukana 8 1/2, to jest, iż owa summa wystarczy im na miesiąc 8, i dni 10.

Przykład IV. Zboża pożątego 16 tony we 4 dni

4 dni żeńców 10 zżąc mogą, pytam stay 30
 toż zżąc z zboża 12 w wielu dniach
 zżęc? Układam terminy tak:

16

30. porządne.

4 ::

10.

12 wopak obrócone.

 191. 4 :: 300.

Robotę odprawivszy, wypada 6 dni i 6 go-
 dzin; to jest stay zboża 30, żeńców 12, za 6
 dni i 6 godzin zżęc powinni.

Przykład V. Jesien 80 k rocy żyta miały się
 jednym kamieniem w siedmiu dniach: pytam
 120 k rocy na 3 kamienie w wielu dniach zmię-
 lone będą? Terminy stać będą tak:

90.

120. porządne.

7 ::

1.

3. wopak obrócone.

 170. 7 :: 120. 3 $\frac{1}{2}$.

Zmięła się tedy we 3 dniach, i $\frac{1}{2}$ jednego
 dnia; czyli we 3 dni, w 3 godz: w 3 kwadran-
 ty i w 10 minut.

Przykład VI. Na trzeci przypadek.

Potr pożycza u Jana talerów bitych 1000,
 na lat 6, obliczenie przowiezi 10 od sta; Ter-
 min samemu Piotrowi w potrzebie zostaje-
 mu pożycza Paweł talerów 750, 8 tylko
 od sta sobie wynawiając, ale pod tą kon-
 dycją, ażeby Piotr póty to kapitał m jego
 mógł handlować, póki potrzeba jego nie-
 wyrówna procentu sta ścisłego Jana: py-
 tam tak długo kapitał Pawła Piotr u siebie
 trzymać może? Układam terminy, czyli ter-
 miny tak:

Kop

Kap: Jana 100 lata. 750. Kap: Pawła.

6 ::

Prowiz : 10.

8. Prowizya.

6000. 6 :: 1000. 1.

Ułożwszy terminy, roztrząsam je, mówiąc: 100 Taler: bit: any pewną sumę przyniosły: p: inny bydz na prowizyi lat 6. taler: bit: 750, ażeby też sumę korzyść uczyniły, na wiele lat mniej bydz pożyczone? Widzę, iż na krótszy czas pożyczone bydz mniej; a zatem terminy wyzsze są wspan obrócone. Potem idę do dłuższych terminów, i pytam: 10 od sta biorąc, powróci do swego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wytarczeliż nie sam czasu przedsię, ażeby tenże kapitał z konlucyją cému tylko od sta placenia pożyczony, korzyść pierwaszy równą przyniósł? Widać z owu, iż to bydz nie może, ale ten kapitał na więcej lat ma bydz pożyczony. Wg: i niższe terminy są wspan obrócone. Tak rozstrząsz, czyliś robotę sposobem o tróćm przypadku podanym, i dochodzę, iż przez i tylko rok sumę Pawła Piotr używać u siebie może, i nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 taler: bit: którą za rok jeden bierze, wyrównywa prowizyą szesciu lat Jana, to lat także 60 taler: bitych. Gdyż jeżeli za rok: 100 dają 8 :: 750: dadzą 60, i walemiennie jeżeli 1 rok od 100 dają 10, to lat 6 dadzą 60.

Tak jest ta nauka o regule wspan obróconey układaney. (i)

35.

W tym miejscu reguła proporeyi wspan obróconey, jak i w poprzedzającym przytyrudna w 10.

powszechnego mianownika, będą miał regulę proporcji bez frakcyi: 3. 5 :: 4.

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż nie raz, kiedy i inni wychodzący w mnożenie skraca się, albo pomniejsza jedna jaka liczbę, tyle razy, aby inna do dywizyi należący był skąd o 1, i tak pomniejsza przez tę samą liczbę. To jest właściwy porządek proporcji, może być skrócony, przez jakąkolwiek liczbę i pierwiastek, albo dwójki i pierwiastek. A w regule proporcji mogą być albo trzy pierwiastki i trzeci, albo dwójki i trzeci. Trzeci, jeżeli jest oddalony bardzo łatwo poznać, kładąc sobie uwagę o liczbami i m nych, a potem o proporcji w powszechności, dobrane pojęć i zrozumiał. (k)

§ 6.

O Regule Towarzystwa.

36. **C**O jest reguła Towarzystwa czyli *Societatis*?

Jest to, która podaje sposób do podzielenia liczy jakiej na kilka części proporcjonalnych, iak się z przykładów pokaza.

37. Dla czego nazywa się Towarzystwa, albo spółki?

Dla tego, iż najwięcej zażywana bywa od kupców, którzy społeczeństwo handlu i zysku między sobą prowadzą, i utrzymują.

38. Jak się odprawia reguła towarzystwa?

Odpra-

(k) To także ostatnie pytanie położyło się jedynie dla krótszej formy reguły proporcji; więc żeby się powszechnego mianownika, iakąsi i dywizyi należących trzymać ściśle, wolno mu być to pytanie opuścić.

Odprowadzić się: powtarzając tyle razy regułę, ile razy potrzeba, na które części poproszący będzie zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś ułożą się tak: Naprzód summy wszystkich, czyli kapitały razem w jedną sumę, i kładę to za termin pierwszy. Za drugi dzień kładę zysk powiększony albo stratę: za trzeci ten sam kładę sumę przeciętną każdego z osobna kupca. Za czwarty termin wypadnie, zysk proporcjonalny kapitałowi przez każdego z kupców złożonemu.

Przykład I. Trzech kupców zawarłszy z sobą товариство handlowe, co i na zysk spółny, kładą z swych sum, następujące summy. Pierwszy A. kładł złota 500. Drugi B. kładł złota 400. Trzeci C. kładł złota 300. Po kilku dniach kładą temi pieniędzmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam de o ile temu z tego zysku proporcjonalnie do swego kapitału przypadnie?

Rokata. Zbieram wszystkie kapitały tych trzech kupców w jedną sumę, to jest 500 + 400 + 300; i mam za pierwszy termin 1200; za drugi kładę zysk spółny; za trzeci każdego kupca z osobna kapitał, i czynię regułą trzech. Oto wizerunek:

Kap. gen: zysk gen: kap. parc. zysk.

1200. 800 :: 500 A. 333 1/3 czyli gr. 10.

1200. 800 :: 400 B. 266 2/3 czyli gr. 20.

1200. 800 :: 300 C. 200.

Zysk ien. 800.

Przykład II. Piotr, Jan i Paweł razem handlując towarami, zarobili ogółem talarów bitych 5000.

500. Pierwszy zaś z nich iósł na towary ta-
lerów białych 100. Drugi talerów białych: 200.
Trzeci talerów białych: 350. Dzielią się owym za-
re kim; pytam, ile się każdemu dostanie pro-
porcyonalnie do złożoney summy?

Znoszę summy szczególne w jedną summę.
i kładę ją na miejscu pierwszym i t. d. i k
wyżej.

650.	500 ::	100.	76 $\frac{8}{5}$	Piotr
650.	500 ::	200.	153 $\frac{8}{5}$	Jan
650.	500 ::	350.	269 $\frac{8}{5}$	Paweł.

500.

Przykład III. Dwóch Jubilełów, z których
jeden iósł na dyamenty 2000 czerw: złot:
Drugi 3400 czerw: złotych, tracą na handlu
swoim: 1300. Czer: złotych; pytam jaka szko-
da każdego summie ma być proporcjonalna?

5400. 1300 :: 2000. 481 $\frac{2}{3}$ I.

5400. 1300 :: 3400. 818 $\frac{2}{3}$ II.

Przykład IV. Trzech Kupców nakupiwali
towarów w Indjach, nazad powracali. Pier-
wszego towar kosztował czerw: złot: 300.
Drugiego czerw: złot: 500. Trzeciego cze-
złot: 180. Tym czasem wiezka na morzu na-
walałość powstała, i owi Kupcy przymuszeni
byli wyrzucić w morze cięższe swoje towary,
które kosztowały 400 czerw: zł: Pytam teraz,
ile każdy na tym szkodować będzie, proporcjo-
nalnie do złożonych na towary pieniędzy?

Strata.

980.	400 ::	300.	122 $\frac{4}{5}$	I.
980.	400 ::	500.	204 $\frac{4}{5}$	II.
980.	400 ::	180.	73 $\frac{4}{5}$	III.

400 Czer: zł:

Przy-

Przykład V. Trzech Kupców chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondygnacją, aby pierwszy wziął $\frac{1}{2}$ połowę. Drugi $\frac{1}{3}$ część trzeciej. Trzeci $\frac{1}{6}$ część drugiej; pytamy ile się każdemu dostanie?

$$\frac{1}{2} \text{ albo. I. } 158 :: \frac{1}{2}. 79. \text{ I.}$$

$$\frac{1}{3} \text{ albo. I. } 158 :: \frac{1}{3}. 52 \frac{2}{3} \text{ II.}$$

$$\frac{1}{6} \text{ albo. I. } 158 :: \frac{1}{6}. 26 \frac{1}{3} \text{ III.}$$

158

Przykład VI. Czterech Kupców wzięli na handel 6000 zł. i po pewnym czasie mieli 6000 zł. czuwa: pierwszy 200 zł. drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 zł. ile się każdemu z tego zysku dostanie, mając wzgląd na kapitały złożone?

$$200. 6000 :: 60. 750. \text{ I.}$$

$$100. 6000 :: 100. 1250. \text{ II.}$$

$$120. 6000 :: 120. 1500. \text{ III.}$$

$$200. 6000 :: 200. 2500. \text{ IV.}$$

6000.

Przykład VII. Trzech Braci zakupiłą wspólnie majątkość czyniącą roczney intraty 70,000. III. Bracia A. dał na nią 240,000. Drugi B. 300,000. Trzeci C. 360,000; pytamy wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z dobrego wypadnie?

Wszystkie szczególne kapitały razem zobra-
wszy mamy:

$$900000. 70000 :: 240000. 18666 \frac{2}{3} \text{ I.}$$

$$900000. 70000 :: 300000. 23333 \frac{1}{3} \text{ II.}$$

$$900000. 70000 :: 360000. 28000 \text{ III.}$$

70000.

Przy-

Przykład VIII. Dłużnik pewny ma czterech kredytorów, z których pierwsze mu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czasem zbankrutowawszy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc jego fan-ty sprowadzili, i przedawszy je wzięli tylko zł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tej summy proporcjonalnie do długu swego weźmie?

330.	150 ::	90.	40	$\frac{30}{37}$	I.
330.	150 ::	110.	50	$\frac{55}{37}$	II.
330.	150 ::	80.	36	$\frac{45}{37}$	III.
330.	150 ::	50.	22	$\frac{25}{37}$	IV.

150.

§ 9. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane jakie okoliczności, np. czasu pewnego?

Jest razy się przytrafi, iż do kapitałów złożonych będą przydane okoliczności czasu, przez który temi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcji składaney, potrzeba wprzód kapitały przez swój czas rozmnożyć, a potem czynić robotę iak wyżej.

Przykład I. Trzech kupców wspólny handel prowadzą. Pierwszy z nich złożył czerw: zł: 200 od lat 3. Drugi zł: żył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku jednego. Zysk ieneralny z tego handlu trzechletniego był: 200 czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zysku wziąć ma?

Robotę. Mnożę każdą sumę szczególną przez iey lata:

$$\begin{array}{rcl} 200 \times 3 & = & 600. \\ 320 \times 2 & = & 640. \\ 500 \times 1 & = & 500. \end{array}$$

—

Zbił-

Zbieram teraz w jedno wszystkie produkty parcyalne, mam 1740, i układam regułę trzech jak wyżej:

1740.	2000 ::	600.	689	$\frac{114}{174}$.
1740.	2000 ::	646.	735	$\frac{110}{174}$.
1740.	2000 ::	500.	574	$\frac{124}{174}$.

2,000.

Przykład II. Trzech kupców razem handlując, zyskali 3000. cz.: zł: Pierwszy z nich złożył na towary 200 cz.: złot. Drugi 450. cz.: złot: Trzeci 500 cz.: złot: Lecz pierwszy z nich odebrał swój kapitał za 8 miesięcy. Drugi swój odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał swoje pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu ienerałnego zysku. Pytam ile każdy z tego zysku weźmie, mając wzgląd na złożone pieniądze i czas, przez który niemi handlowano?

Robota. Mnożę terminy istotne przez przydatkowe tak: 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawszy, układam terminy, i czynię regułę proporcji trzy razy:

230.	3000 ::	1600.	516	$\frac{12}{31}$ I.
230.	3000 ::	2700.	870	$\frac{20}{31}$ II.
230.	3000 ::	5000.	1612	$\frac{84}{31}$ III.

3000.

Przykład III. Dwóch kupców A i B zawierają z sobą przyjaźń na wspólny handel. A łoży na towary cz.: zł: 200, a po 6 miesiącach znowu daie 50. cz.: zł: B zaś łoży cz.: zł: 400, a po 4. miesiącach, bierze nazad 100 cz.: zł: Po skoczonym roku mają zarobku cz.: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zysku każdy wziąć powinien?

W tym

W tym przykładzie pierwszego kupca A cz: zł: 200 mnożę przez 6 miesięcy, przez który czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaję cz: zł. 50, które po 6 miesiącach przylóżył, wypada, 1250 cz: zł: Potem drugiego kupca B czerw: złot: 400. mnożę przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odejmagam 100 czerw: złot: które odebrał, zostaje: 1500 czerw. zł. Teraz te summy zbieram, i kładę na pierwszym miejscu i. t. d.

$$2750. \quad 600 : 1 \quad 1250. \quad 272 \frac{200}{275}.$$

$$2750. \quad 600 : 1 \quad 1500. \quad 327 \frac{250}{275}.$$

600.

40. Kiedy kapitały kupców będą równe, a czas nierówny, iak krócey tę regułę spółki odprawić można;

W takowym przypadku dosyć będzie części czasu razem zebrane p. łożyć na pierwszym miejscu, na trzecim zaś każdą częśćkę z osobną; reszta iak wyżej.

Przykład I. Dwóch kupców łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale jednego summa była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyskali na towarach zł: 10000. Pytam wiele z tego zysku każdy weźmie?

Rozw. Zbieram w jedną sumnę miesięcy 12 i miesięcy 10; będzie 22 miesiący. Kładę to na miejscu pierwszym, zysk ieneralny na drugim, a na trzecim miesiące, przez które każdego pieniądze na handlu były, i czynię dwa razy regułę proporcji tak:

zysk ien: Mies:

$$22. \quad 1000 : 12. \quad 545 \frac{10}{11}. \quad I.$$

$$22. \quad 1000 : 10. \quad 454 \frac{10}{11}. \quad II.$$

H 2

1000.

Przy-

Przykład II. Trzech sług służyli Panu jednemu pewny czas przeciąg. Pierwszy służył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10 Pan umierający, ponieważ im zasług niewypłacał, zapisał im 6000 złotych, ażeby te w proporcji do czasu ich zasług, podzielone między nich były. Pytano wiele każdemu executor testamentu dać powinien?

Podobnie w tym przykładzie zoberam lata, których tu jest: 24, i kładę na miejscu pierwszym, na drugim pieniądze legowane, na trzecim każdego sługi lata i t. d.

$$24. 6000 :: 8. 2000. \text{I.}$$

$$24. 6000 :: 6. 1500. \text{II.}$$

$$24. 6000 :: 10. 2500. \text{III.}$$

6000.

41. Jakie te reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawionej reguły towarzystwa jest to: gdy zebrawszy wszystkie szczególne zyski albo straty, potrzęgam, iż wyrównywią ieneralnemu zyskowi albo stracie, iak przy każdym przykładzie widzieć się daie.

§. 7.

O regule wiązania.

42. **C**O jest reguła wiązania albo *alligatio-nis*?

Jest ta, która mi podae sposób do wynalezienia sprawiedliwej ceny iakiej mieszaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmieszanych, gdy średnia taxa da-na będzie.

43. Dla czego się nazywa wiązania?

B□

Bo w niej rzeczy różne między sobą ceny wiążemy, czyli mieszamy, np. różne trunki, towary, kruszce, miary, wagi, albo też taxę średnią założywszy, wiążemy, i szukamy części z danych trunków, albo towarów, aby za ową średnią taxę sprawiedliwie sprzedać je można. A zatym dwa tey reguły trafunki być mogą.

44. Jak się ta reguła odprawia w pierwszym trafunku?

Kiedy ceny sprawiedliwcy jakiej mieszanki szukam, mnożę miary czyli części przez dane ceny, i układam regułę proporcji. Na pierwszym miejscu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim sumnę ienną wyrażającą cenę wszystkiej owej mieszanki. Na trzecim jedną miarę, fant, czyli część, która w pytaniu zadana była. Potem przez termin pierwszy dzielę drugi, bo trzeci jedno znaczący nie może, i wypadnie liczba szukana.

Przykład 1 Ma kupiec dwoiakiego rodzaju tabakę: Maroko funtów 30, a Hollenderki funtów 10. Pierwszą sprzedać po złot: 5. Drugą po złot: 3. Mieszając owe tabaki; pytam poczem funt owej tabaki mieszanki sprzedawać powinien?

Robotę: Mnożę naprzód funtów 30. przez złot: 5; potem funtów 10 przez złot: 3. Dwa te produkty wypadające razem zebrawszy, kładę na miejscu drugim, a na pierwszym sumnę funtów: 30 + 10, to jest: 40. Na trzecim zaś fant jeden, którego ceny szukam. Tym sposobem:

Fanty.

Funty.	Złote.
30 X	5 = 150.
10 X	3 = 30.

$$40 \quad . \quad 180 :: 1. 4 \frac{2}{5}.$$

Więc fant tabaki owej zmieści 4 $\frac{2}{5}$ przedać ma po pół pięta złotego.

Przykład II. Ma kto dwójnie żyto; przedniejszego korcy 15, pośledniejszego korcy 20. Pierwszego korzec przedać po złoti 14. Drugiego po złoti 12. Zmieszawszy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedać powinien?

Toż samo co w żyz uczyniwszy wypadnie liczba szukana 12 $\frac{4}{5}$.

$$\begin{array}{r} 15 \text{ X } 14 = 210. \\ 20 \text{ X } 12 = 240. \end{array}$$

$$35 \quad . \quad 450 :: 1. 12 \frac{4}{5} = 12 \frac{4}{5}.$$

Przykład III. Ma Mincarz trojakiy prasy srebro; iednego grzywna po złoti 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złoti 58. Pierwszego ma grzywien 100. Drugiego 180 Trzeciego 90. Trojakię to srebro stopiwszy w jedną masę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Mnożenie i dzielenie uczyniwszy, mam liczbę szukaną: 67 $\frac{23}{100}$.

$$\begin{array}{r} 200 \text{ X } 74 = 14800. \\ 180 \text{ X } 65 = 11700. \\ 90 \text{ X } 58 = 5220. \end{array}$$

$$470. \quad 31720 :: 1. 67 \frac{23}{100}.$$

Przykład IV. Kupiec ma dwójaki wódk, przedniejszy i pośledniejszy, pierwszego ma fantów 100; fant po złoti 2. gr: 15. Drugiego

go ma funtów 60; funt po zł: 2. Robi z tego świece: knety i robota kosztuje go złotych: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma sprzedawać?

Funty. Złot: Gr: Gr: Grosze.

100 X 2 + 15 czyli X 75 = 7500.

60 X 2 = 120 czyli X 60 = 3600.

Złot: 15 = groszom: 450.

160. 11550:: 1. 72 grosze.

Prakcyą porzucam, a przydać 4 gr: które na każdym funcie chce zyskać; wypada: 76 gr: Też więc za funt każdy ma brać. Prócz tego ma i na tem zarobek, iż świece z knotami więcey waży, i więcey funtów składa, iak sam wnik osobno wzięty.

41. Jak się ta reguła doświadczą w pierwszym razie?

Tak iak reguła proporeyi prosta porządną, to jest: produkt liczb średnich powinien być równy produktowi liczb skrajnych. O czym wyżej dostatecznie mówiliśmy.

46. Jak się ta reguła odprawnie w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywszy, rzeczy różnych gatunków mieszać potrzeba, aby mieszanie z nich zrobioną, za taxę ową sprawiedliwie sprzedać można; w ten czas ceny trunków, lub towarów (albo iakiejkolwiek innych rzeczy) kładę jedną pod drugą; a na lewy ręce piszę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potem porównywan cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piszę na prawej stronie cen danych. To uczyniwszy zbierają się do kupy prze-

przewyżki, i kładą się na pierwszym miejscu. Na drugim cząstko czyli część szukana, to jest jeden garniec, albo funt i t. d. Na trzecim jedną z przewyżzek, i powtarza się tyle razy reguła proporcji, ile jest cen danych czyli przewyżzek. Każdy szwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykład:

Przykład 1. Korzenno szafona podleyszego funt przed ie po złot: 50, przedniejszego funt po złot: 62. Taxa szafona stanęła po złot: 55. Pytam jak ma się zać obidwa rozdiale szafonu, aby mógł bez swoney szkody przedawac funt po złot: 55?

Według przepisany nauki kładę iedną cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak:

Ceny

50.

Taxa 55

62.

To uczyniwszy więz, czyli porównyiwam przez odrymowowanie cenę mnieyszą z taxą 55, mówiąc: 50 od 55, zostaje się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potem porównyiwam drugą cenę, mówiąc: 55 od 62, zostaje się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Pot dopiero zbieram te przewyżki w iedną cenę, i układam regułę proporcji według podanej nauki. Oto wizerunek:

	Ceny	Przewyżki.
	50	7
Taxa 55	62	5
Summa przewyżzek:	12.	12
	11	5
		7 po.

Z podleyszego tedy szafrańu ma brać na funt $\frac{1}{2}$, a z przedleyszego po $\frac{1}{2}$, to zebrawszy będzie miał $\frac{1}{2}$, czyli funt cały, czego szukałem.

Przykład II U winiarza znajdnią się dwa gatunki wina: iednego garniec po złot: 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto nie daie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z obovga win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwszego, ile z drugiego wina zmigazac powinien, ażeby kupującemu dał garniec wina w sprawiedliwej do danych pieniędzy proporcyi?

Ceny win	
20	2
Taxa 17	
15	3.
<hr/>	
Summa przewyższek :	5. 1 :: 2 $\frac{2}{5}$.
	5. 1 :: 3 $\frac{3}{5}$.

Z pierwszego tedy wina wzięwszy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy części z pięciu iednego garca, będzie $\frac{2}{5}$ czyli garniec ieden wina takiego, którego cena sprawiedliwa złotych 17.

47 Co jeszcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy się trafi, iż nie dwóch, ale więcey rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawsze po dwie ceny ustanowione (z których iedna koniecznie mnieysza, druga większa nad dane pieniądze, czyli taniebydź powinna) i wazać je sp. rohem wyżsy podanym z danemi pieniędzmi, tak aby każda cena raz przynajmniey wiazana była. Chociaż

zas jedną cenę ki ka razy weźmiesz na wiązanie iey z drugiem, to bynajmniej nie szkodzi, zwłaszcza w ten czas, kiedy tylko ta jedna cena nad dane pieniądze jest większa. Np.

Przykład 111. Mincarz ma srebro troiakiey próby: piętnastey, trzynastey, i dziewiątey, i chce go topić na dwunastą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąć którego srebra na grzywnę jedną? Ułożywszy terminy czynię porównywaną następującym sposobem:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3. \\ 13 & 3. \\ 12 & 1 \\ \hline & -9 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 + 3. \end{array}$$

Summa przewyżki: 10. 1 :: 3. $\frac{1}{15}$.

10. 1 :: 3. $\frac{1}{15}$.

10. 1 :: 4. $\frac{1}{15}$.

Więc srebra z piętnastey próby weźmie trzy części z dziesięciu; z próby trzynastey także trzy części z dziesięciu; z próby dziewiątey cztery części z dziesięciu, co wszystko uczyni jedną grzywnę dwunastey próby.

Przykład 112. Funt szafianu przeda się po złoti: 30. Cynamonu po zł: 24. Goździków po złoti: 8. Herbaty po zł: 14. Daje kto zł: 25, żeby mu za nie nie więcej tylko jeden funt tych wszystkich korzeni przedano; pytani ile z każdego gatunku na ten jeden funt dać powinien kupiec?

Ceny	Przewyżki.
Dane pienią- 30.	17 17 11.
dze: 25..	
24.	5
8.	5
14.	5.

Suma.

Summa przewyższek: 44.

$$44. 1 : : 29. \frac{29}{44}$$

$$44. 1 : : 5. \frac{5}{44}$$

$$44. 1 : : 5. \frac{5}{44}$$

$$44. 1 : : 5. \frac{5}{44}$$

W tym przykładzie, że tylko jedna cena, to jest złotych 30, większa jest nad daną cenę złotych 25, insze zaś trzy są od niej mniejsze, przeto cenę 30 biorę z każdą z osobna z trzech cen następujących, i wiążę z danymi 25 złotymi; dla tego summa przewyższek przy pierwszej cenie 30 jest największa, to jest: 29, ponieważ tę pierwszą cenę 30 ze wszystkimi następującemi wiązałem. Potem czyni się reguła trzech i t. d.

Frakcyje pokazują wiele części z każdego korzenia brać potrzeba; te razem zebrane czynią funt ieden, jak potrzebowano.

Przykład V. Pewny chęć Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań rzemieślnikowi z czwartego kruszcu przysposobić sobie materiał. Pierwszego kruszcu cetnar, dajmy, kosztuje tal. 12. Drugiego tal. 14. Trzeciego tal. 20. Czwartego 30 tal. Chce zaś ażeby ów dzwon ulany ważył funtów 3,500. Daie na sam materiał tal. 560. Pytam teraz, ile rzemieślnik z każdego kruszcu cetnarów brać powinien, aby woli fundatora zupełnie losyć uczynił?

W tym przykładzie naprzód: 3,500 funtów wprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnarów 35. Potem szukam ceny cetnara iednego z pomierzanych owych kruszców, przez proporcją w ten sposób: 35 cetnarów kosztować będą tal. 560, wieleż ieden cetnar? wypadnie taler. 16.

Te-

1 raz porównywan albo pierwszą cenę daną z ostatnią, albo pierwszą z trzecią, a drugą z czwartą i t. d. Toż dopiero uważać regułę proporcji. Na pierwszym mianowniku 16 zł. sumę przewyższek. Na drugim cetnary 35. z funtów uczynione. Na trzecim po jednym przewyższo. Oto wizerunek:

12	14.
16.. 14	4.
20	2.
30.	4.

24.	35 ::	14.	20	$\frac{14}{20}$.
24.	35 ::	4.	5	$\frac{20}{24}$.
24.	15 ::	2.	2	$\frac{22}{24}$.
24.	35 ::	4.	5	$\frac{20}{24}$.

Z pierwszego tedy kruszcen powinien brać cetnarów $20 \frac{1}{2}$. Z drugiego cetn: $5 \frac{1}{2}$. Z trzeciego $2 \frac{1}{2}$. Z czwartego $5 \frac{1}{2}$. Co wszystko uczyni cetnarów 35.

Przekład VI. Hiero Król Syrakuskę dla bożków swoich kazał złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtów ważącą. Zrobionej gdy się obziwe przypatrzył, postrzegł, iż nie była z szlachetnego złota, ale z srebrem zmieszana. Y żeby mógł być dociec, jak wiele srebra było przyłączonego, przyzwał na pomoc Archimidesa, który zaraz złotnika zdrady doszedł tym sposobem: wziął bryłę złota teyże samey co i korona wagi, i bryłę srebra ważącą także 100 funtów. Potem obiedw ote bryły, iako i koronę zrobioną, każdą z osobna wpuszcł w naczynie wody pełne, a wypłoczoną wodę od bryły złota, od srebra i korony zmierzył. i z tych miar, wziąwszy ich proporcją do-

doszedł wiele funtów srebra do owej korony złotnik przymięszał.

Daymo inż, że bryła złota wyrzuciła wody 20. kwatererek. Korona 24 kwatererek. Bryła srebra 36 kwatererek. Pytam, iak wiele srebra było do korony przymięszanego? Układam liczby tym sposobem:

	20	12.
24.	36	4.
<hr/>		
16.	100 ::	12 75.
16.	100 ::	4. 25.
<hr/>		
100.		

Złota więc w owej koronie było funtów 75, a srebra przymięszanego 25 funtów, które razem zebrane, czynią 100 funtów, ile korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę złota i srebra, tyle ważącą co i korona, lecz w takowej okoliczności, dosyć jest wziąć mniejszą bryłę pomienionych kruszców, a wzięwszy proporcją, doysć można szukanej liczby, np. ieden funt złota wyrzuca tyle wody... funtów 100 wiele wody wyrzucić powinny... i t. d. A stąd podać się łatwy sposób na doyscie wiele do iakiego kruszcu z innego od złotnika bydl może przymięszanego.

48. Jaka jest proba tej reguły w drugim trafunku?

Potrzeba zebrać wszystkie cząstki rzeczy zmięszanych: jeżeli równe są całej mięszanie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, robota dobrze uczyniona, iak przy każdym przykładzie widzieć się daje. Lecz że ta proba myli-

mylna czasem byż może dla omyłki w przewyżkach popędziwszy, namo który próba dobrze wypadac zwykła, iżeto lepiej będzie doświadczyć, iednolice y wszystkich części, z których się cała miarzanina składa, wyrównywiąć cenę czyli takę całej miarzaniny. Np. w II. przykłaźcie: ieden garniec kosztuje 10 złot: wiele $\frac{2}{3}$? wypadnie złot: 8. Y znówu: ieden garniec kosztuje złotych 15, wiele $\frac{2}{3}$? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 1 $\frac{1}{3}$ iak założono. (1)

§. 8.

O regule domniemania albo założenia.

49. **C**D jest reguła fałszywego założenia, *Regula Positionis vel Falsi?*

Jest ta, która przez założenie liczby fałszywej, użyty dochodzić liczby rzetelney, która by zadnemu pytaniu zadosyć uczyniła. Y dla tego zowie się fałszywego założenia, iż z fałszywej liczby prawdziwej dochodzi.

50. Wieloraka jest ta reguła?

Jest dwójaka: Prostej czyli iednego, i dwójstego założenia: *Simplieis & duplicis positionis*.

51. Co jest reguła iednego założenia?

Jest ta, która założeniem iedney liczby na upodobanie, rozwiązuie trudność zadaną. Y o tej teraz mowa, o drugoy niżej.

52. Jak się odprawuie reguła prostej czyli iednego założenia? Od-

[1] Nierozszerzam się nad tą regułą, gdyż w życiu ludzkim mało i rzadko bywa używana, zwłaszcza w drugim trafunku.

Odprowuie się następującym sposobem: I. Zakładam sobie liczbę, którą zadatną byćć sądzę na rozwiązanie zadanego pytania, i to się zowie założenie (*positio*) II. Miarkuję i roztrząsam, jeżeli liczba założona czyni dosyć zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nie czyni zadosyć, układam regułę proporcyi, za której pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tej zaś proporcyi pierwsze miejsce mieć będzie liczba, która z fałszywego założenia wypadła, drugie miejsce fałszywe założenie, trzecie nakiemśc miejsce zasiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady następujące rzecz tę lepiej objaśnią.

Przykład I. Kupiec pewny z jarmarku przyszedłszy, spytany: iak wiele czerwonych złotych przyniósł, odpowiedział: iż pięć razy więcej w domu zostawił, niżeli ma przy sobie, a wszystkich pieniędzy ma 42 czerw: zł: Pytam iak wiele przyniósł?

Rozwiązanie. Daymy, że miał przy sobie przyszedłszy z jarmarku 1 cz: zł: więc w domu zostawił 5. czerw: zł: Lecz że 1 i 5 cz: zł: razem zebrane nie czynią 42 cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyscie rzetelney liczby układam regułę proporcyi: kładąc za pierwszy termin liczbę z fałszywego założenia wypadającą, to jest 6. Za drugi kładę dowolne założenie, to jest 1. A za trzeci termin kładę liczbę zadaną, to jest 42 cz: zł. Czwarty termin liczbę szukaną wskaże.

6. 1 :: 42. 7.

Jak się ma 6 do 1, tak się mieć powinno 42 do 7.

Miał

Miał tedy przy sobie 7 cz: zł. Albowiem pięć razy tyle, to jest pięć razy siedm, czyni 35. do tych dodawszy 7, wypadła 42. Więc potem wynależoną liczbę zastanemu pytaniu odpowiedzieć się musio.

Przykład II Pewny umierając legował na żonę 8000 złot: a na syna 2000 złot: a na córkę 1000 złot: a na każdego z nich dwa razy tyle. Pytam: ile razy trzy razy tyle co trzeci.

Rozwiązanie Dajmy że trzeci bierze złot: 10; drugi 30, a pierwszy 60. Zbiłram te summy, i uważam, jeżeli zastanemu stawie się dosyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynosi 100, a powinien być wynosć 8000. Układam tedy regułę proporcji sposobem wyżej podanym.

$$100. 10 :: 8000. 800.$$

Jeśli tedy zastan bierze 800, więc drugi 2400, a pierwszy 4800. Te summy razem zebrane wynoszą 8000, które legowano; więc już zadanie rozwiązane.

Przykład III Jan umierając zostawił 5000. czot: złot: testamentem żonie, córce i synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby żona częściej razy więcej wzięła niż córka, syn zaś pięć razy więcej niżeli żona. Pytam: wiele żona, wiele córka; wiele syn weźmie?

Dajmy że córka bierze cz: zł. 1, więc żona 4, syn zaś pięć razy więcej niż żona, to jest: 20. Te summy w jedno zebrane, wynoszą cz: zł: 25. Jan zaś zostawił 5000 cz: zł: Więc na doyscie prawdziwey liczby układam regułę trzech:

$$25. 1 :: 5000. 200.$$

Więc

III. Przykłady na regułę proporcji wspak obróconą.

I. Pewny plac 18 robotników za 3 dni skończył; pytam robotników 6 na wiele dni trzeba placu kupać powinien? Liczba wynalazła: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni rzemieślników 6 skończył; pytam: Rzemieślników 15 tenże budynek za wiele dni skończą? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole szerokie prętów 15 $\frac{1}{2}$, długie prętów 24, jest równe drugiemu polu długiemu 30 prętów; pytam jaka drugiego pola szerokość? Liczba wynaleziona 12 $\frac{1}{2}$.

IV. Pisarzyków 5, przez 2 miesiące przepisać pewne dzieło; pytam pisarzyków 3 wiele czasu na przepisanie tegoż dzieła potrzeba? Liczba wynalazła: miesięcy 3, dni 10.

V. Sukna 9 łokci, którego szerokość jest na 3 piędzi, wystarcza na zrobienie sukna; pytam jak wiele łokci innego sukna potrzeba na podobną suknię, którego szerokość jest na 2 piędzi? 3. 9 :: 2. 13 $\frac{1}{2}$ łokci.

VI. Oblężone wojsko 8,000 ma prowiantów na 10 tygodni. Tym czasem na pewną nadzieję posiłku, lub odciążenia nieprzyjaciela, lecz aż za 15 tygodni; chce więc hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wystarczyły na 25 tygodni? 10. 8500 :: 25. 3,400 żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcji składową wspak obróconą.

I. Pisarzyków 3, w pięć dni napiszą wygodnie 60 kart, pytam kart 100, pisarzyków 4 za wiele dni napiszą? Liczba wynaleziona za dni 18 i godzin 18. W tym przykładzie: ia-

K

ko

ko i w drugim, i w trzecim, wyższe tylko terminy są wspak obrócone.

II. Piotr na 10 cz: zł: przez 3 lata zyskał zł: 60; pytam na cz: zł: 5, złotych 100, w jakim czasie zyskać może? Liczba wynaleziona za lat 10.

III. Piliaków 5 przez dni 6, wypilią beczkę wina, 60 garcy w sobie zamykając; pytam piliaków 8, równą beczkę jak długo p.c. mogą? Liczba wynosi przez dni 3 i godzin 18.

IV. Kupiec sprowadził pewnego towaru funtów 100, o mil 15, za talerów 36; pytam wiele funtów sprowadzi za talerów 180. o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym i w następującym przykładzie niższe tylko terminy wspak obrócone.

V. Wody cebrów 60, na 3 kwadransie wypływa z pewnego naczynia dwiema upustami; pytam 100 cebrów wody, za jeden kwadrans, wiele upustami płynąc powinny? Liczba wynaleziona 10.

VI. Przykłady na regułę towarzystwa.

I. Dwóch przedsiębiorców wspólnie prowadzić handel. A składa cz: zł: 9; B 12. Zyskała na swoim towarze cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyskał? Liczba wynaleziona I. 6 $\frac{1}{3}$ II. 9 $\frac{2}{3}$ cz: zł: 10.

II. Trzech handlni wraz, C. składa cz: zł: 20. D. 16. E 30. Tracą na handlu wraz wszyscy cz: zł: 40; pytam ile każdy szkodzi? I. 12 $\frac{2}{3}$ II. 9 $\frac{4}{3}$ III. 18 $\frac{2}{3}$.

III. Pan pewny niektórych dóbr swoich, zastawił na rok część dziesiątą; inszych część dwudziestą; inszych część czterdziestą za zł: 12000. Pytam ile mu każda częśćka pieniędzy czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I. 6857 $\frac{2}{3}$. II. 3418 $\frac{2}{3}$. III. 1714 $\frac{2}{3}$.

IV. Trzech wspólny prowadzą handel: F składa czer: zł: 50, ale od lat 4. G cz: zł: 90, ale od lat 2. H cz: zł: 120 od lat 3. Zyskują razem cz: zł: 340; pytam ile każdy z osobna korzystał? F. 91 $\frac{5}{8}$ G. 82 $\frac{5}{8}$. H. 165 $\frac{5}{8}$.

V. Trzech kupców zyskali na swych towarach cz: zł: 40. Pierwszy zaś z nich złożył cz: zł: 60 i zł: 9. od 4 miesięcy. Drugi 50. cz: zł: i zł: 6. od 3 miesięcy. Trzeci złożył 36 cz: zł: i zł: 3. od 2 miesięcy; Pytam ile każdemu z tego zysku proporcjonalnie do złożonej summy i czasu przypadnie? Liczba wynalez: I 353 $\frac{2}{3}$. II. 220 $\frac{2}{3}$. III. 105 $\frac{2}{3}$.

VI. Kupców trzech wspólny prowadząc handel, równą wszyscy składają sumę, to jest każdy po 50 cz: zł: : ale z tą różnicą, iż A od lat 3. B od lat 2. C od $\frac{1}{2}$ roku. Zyskują wszyscy razem cz: zł: 624. Pytam ile z tego zysku każdy zyskuje? A 340 $\frac{10}{13}$. B 226 $\frac{2}{13}$. C 56 $\frac{2}{13}$.

VII. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma kupiec dwójakiego gatunku bawełnę, jednego funt po zł: 3. drugiego gatunku po zł: 2 $\frac{1}{2}$. Pierwszego gatunku bawełny jest funtów 60, drugiego 40. Miesza ten dwójak gatunek razem, i chce wiedzieć po czemu na ów czas jeden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: i gr: 24.

II. Ma kto trójakiego gatunku pieprz, pierwszego ma funtów 20, a jeden po złotych 6. Drugiego funtów 16, a jeden po zł: 4. Trzeciego ma funtów 7, a jeden po zł: 5. Ten

K 2

pieprz

pieprz przypadkiem zmieszają się inn; chce tedy wiedzieć, po czemu jeden funt zmieszanego pieprzu kosztować powinien? I ożba wynaleziona po złotych 5, i gr: około 3.

III. Przynosi kto do złotnika bryłę srebra próby dziesiątej, na ramię łyżek, i młotów, i t. d. i chce aby to srebro podniesło do próby trzynastej. Pytam ile złotych z funta srebro ma brać, ażeby owo srebro stało się próby trzynastej?

Te próby srebra kładę na regułę wzięcia, toż przewyżki 3 a 2, zbioram w jedną, sum 6; potem dzielę na regułę proporcji 6. i 10: 3. Cawaty terminu $\frac{1}{2}$, toż samo w patnie z dziesiętego srebra, toż dziesięć funtów. Wierzę k z srebra fałszywemu ma brać po $\frac{1}{2}$, toż 10 i 2 srebra dla sióstr próby. Też z te funty srebro na mniejsze sprawdzam, któreby miały być 16 funtów, to jest 16 funtów, aby łatwiej wyjąć z tych srebier uczynić można; albo też jak w tym przykładzie, na mniejsze terminy i frakcyje prowadzam; wypadnie $\frac{1}{2}$, toż 10 i 2 funty srebrowe po 8 funtów ma brać, gdyż w rzeczywistości jest funtów 16. Także i w innych próbach trzynastej, po złotych 58.

Gdyby się jaka frakcyja została, to funty na grana prowadzaćby potrzeba.

Grywna fałszywbrz kosztuje złotych 72, i takie srebro, jest najwyższy 16 funtów próby.

IV. Arendarz ma trojaką gorzałkę; per wizer garmos kosztuje 3 złote, i młot, i żłob, i trzeci 1 $\frac{1}{2}$. Pytam ile z każdego patnika wziąć patnika, ażeby jeden garmos kosztował 2 $\frac{1}{2}$ złotych? I ożba wynaleźć z patnika 1 $\frac{1}{2}$, z drugiego 1 $\frac{1}{2}$ grana, z trzeciego 1 $\frac{1}{2}$ grana.

V. Pewny kazał robić posąg srebrny 300 funtów wagi. Pokradzie mu złotnik dwolaki srebra, pierwszego funt jeden kosztuje 50, drugiego 48, które ten tak każe zmieszać, aby funt icha kosztował 48. Pytam, ile z obu gotowatku wzięło ma, ażeby miał 300 funtów, z których każdy kosztowałby 48? Liczba wyliczona z pierwszego funtów 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwszego 5, z drugiego 3. Taki funt kosztować będzie 48. Oto wizerunek rosoły:

50. 8.

48.

40. 2.

10. 300 :: 8. 240. 1. wszego srebra.

10. 300 :: 2. 60. drugiego.

III. Przykłady na rozróżnienie złożeńia.

I. Piotr, Paweł i Janu lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł lecz trzykroć więcej nad Piotra, a Jan dwakroć więcej lat nad Pawła, pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym mieście są trzy kamienie, z których pierwszy kamień za godzinę garcy 6, drugi garcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wszystkie kamienie zmeliły garcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Józefa, Jakoba i Marka roczne zebrane intraty, wynoszą złot: 7200. Lecz Jakoba dwa razy większa jest intrata nad Józefa, a Marka trzy razy jest większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Józef 8000. Jakób 1600. Marek 48000.

IV.

IV. Tytus umierając zostawił sumnę czterech złotych: 9845 trzem osobom: synowi, ciele i Kalcowi przyjacielowi, z tą różnicą: aby syn wziął połowę, córka część trzecią, Kains część czwartą owej summy; pytam wiele na wzięcie syn, wiele córka i Kains? Liczba wynaleziona: syn wziął powinien 4543 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, córka 3029 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$, Kains 2271 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$.

V. Pewny bezdzietny umierając legował na 4 synów w swoich latach: 2400, z tą kondycją, aby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwa razy tyle, co trzeci; trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty, pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 2400. II. 600. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny idąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy: $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{3}$, do domu powróciwszy po drodze, że mu tylko zostało 36 złotych. Pytam: ile pieniędzy z sobą wziął był, i wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostało się 36.

VII. Wieży pewny wierzch widąc na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż $\frac{2}{3}$ i $\frac{1}{3}$ części tejże wieży jest zasłoniętych dla przyległych domostw; pytam: ile owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Zadań:

8. 30 : : 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z summy odegniono część czwartą tejże summy, na ten czas zostało się lat 90. Pytam: wiele w rzeczy samej lat miał? Liczba wynaleziona: miał lat 80.

Za-

Założ:

18. 16::90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu swego: $2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$, i powiada, że jeszcze winien złotych 72. Pytam, jak wielki dług jego był? Liczba wynaleziona 1728.

Założ:

1. 24::72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, której: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ i części uczyniłyby 522? Liczba wynaleziona 360.

Założ:

87. 60::522. 360.

XI. Jest w ogrodzie lew kamienny, którego oczami jeśli wodę pompuję, napelni się przyległa wanna w 10 godzin, jeśli uszami, napelni się w 5 godzin, jeśli pyskiem napelni się w 20 godzin. Pytam w wielu godzinach napelni się, jeśli razem oczami, uszami i pyskiem wodę puścę? Liczba wynaleziona 2 godzin $1\frac{1}{3}$.

Daymy bowiem, że na to potrzeba 1 godziny, więc w 1 godz: oczy napelnia $\frac{1}{10}$. Uszy $\frac{1}{5}$. Pysk $\frac{1}{20}$, to jest napelnia razem $\frac{1}{20}$. Lecz powinny napelnic całą wannę, to jest: $\frac{20}{20}$. Więc kładę:

 $\frac{20}{20}$. 1:: $\frac{20}{20}$. 2 $1\frac{1}{3}$.

XII. Dwóch podróżnych odprawia podróż, pierwszy uchodzi na dzień mil $5\frac{1}{2}$. Drugi mil $6\frac{1}{4}$. Pytam, jeżeli pierwszy uszedł już mil 15, którego dnia ten drugi dogoni go? Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził $\frac{1}{4}$ mili, więc go dogodni za jeden dzień. Przeto proporcya tak stać będzie: $\frac{1}{4}$ 1::15. 20.

VIII.

III. Przykłady na regułę dwoistego założenia.

I. Trzech rzemieślników zarobił złotych 400. Zarobek drugiego przewyższa zarobek pierwszego złotych 12. Zarobek zaś trzeciego przewyższa zarobek drugiego złotych 16. Pytam ile każdy z nich zarobił? Licząc: pierwszy 120, drugi 142, trzeci 148.

II. Trzech A. B. C. mają pewną sumę pieniędzy: A i B mają razem złotych 50. B i C mają 70. C i A mają 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licząc: wyniło: A 20, B 30, C 40.

III. Cztery kawalerów wyszli przy pewnej sumie: pierwszy 29; lecz drugi wziął 19, że drugi posiada więcej niż pierwszy, i pierwszy 20; trzeci wziął tyle, ile drugi, a drugi 12. Ilu trzeci, i ile do jeszcze? Licząc: pierwszy 14, drugi 22, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał się ojca o lata swoje, i ten odpowiedział: jeśli do tych lat, które teraz mam, $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{3}$, a nadto 9 przydasz, będziesz miał lat 100. Pytam: ile w rzeczy samej ów syn miał lat? Licząc: wyniło: 20.

V. Piotr rozmawiając z Pawłem, rzekł: rozumiem, że liczysz lat 30; tak odpowiedział Paweł, jeżeli z lat twoich przydasz rok jeden, i jeszcze $\frac{1}{2}$, i $\frac{1}{3}$ z tych lat które mam, w ten czas macie być lat 30. Pytam: wiele Paweł miał lat? Licząc: wyniło: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiając z Kalistenesem Filozofem, rzekł: ja Efezyjczyka z laty przewyżdam, Kłotes zaś obudwu nas latami liczy, i jeszcze 4, a przeto wyzyscy mamy lat 96. Pytam: wiele na ten czas lat miał Ale-

A znowu czynię drugie założenie tymże sposobem i t. d.

XI. Alexander W. przed batalią, którą miał stoczyć z Dariuszem, kazał rozdać między żołnierzy swoich 77,500 funtów mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Piechotni każdemu po 2 funty. Było zaś piechoty 7 razy więcej niż kawaleryi, i jeszcze 500. Pytam, ile kawaleryi, ile piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: kawalerii wyprowadził 4500. Piechoty siedm razy więcej i jeszcze 500, to jest: 32,000.

ROZDZIAŁ IV.

O wyciąganiu ścian.

Popolitsze, i w częstszym używaniu ściany są te: Kwadratowa, czyli czworograniasta, lub czterosieczna, wyciągana z czworogranu (*ex quadrato*) i kubiczna czyli szesciogranna, lub szesciościenna albo pełna, wyciągana z szesciogranu (*ex cubo*.) O tych teraz mowa będzie.

I. Co jest kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat, albo czworgran, jest liczba przez się samą rozmnożona, np. 2×2 , czynią 4. Także 3×3 , czynią 9. Te 4 i 9 są kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 i 3, z których rozmnożenia przez siebie samych zosobna, kwadraty winiknęły, zowią się ścianą kwadratową, czyli czworgraniastą. Ściany więc są to te liczby, z których się kwadraty rodzą. A zatem liczba kwadratowa jest ta, której jedności mogą być zestawione w kwadrat.

2. Co jest sześciogran, co ściana sześciogranna lub sześcioscienna?

Sześciogran jest ta liczba, która rośnie z liczby jakiej trzy razy w się wprowadzoney. Albo jest to ta liczba, która wynika z kwadratu przez swoją ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 w 2, i z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 staie się z kwadratu 9 przez ścianę jego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 i 3, przez które kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywają się ściany sześciogrannne. Liczba sześciogranna nazywa się inaczej kostka dla tego, iż wzdłuż, wszerz i wglęb jest równoboczna

Jeżeli wspomniony sześciogran 8 przez swoją ścianę 2 rozmożę, wypadnie produkt 16 stopnia czwartego. Ten znowu rozmnożywszy przez tęż ścianę 2, tak 16×2 , wypadnie nowy produkt 32 stopnia piątego; i tam dalej. Ściana bowiem pierwsza 2 zowie się stopień pierwszy, albo po prostu ściana; 4 zowie się stopień drugi, albo kwadrat; 8 stopień trzeci, albo sześciogran; 16 stopień czwarty, albo czworgran czworgranu; 32 stopień piąty, albo sześciogran sześciogranu. Te wyższe stopnie do Algiebry odsyłamy; nam dosyć będzie ukazać sposób wyciągania ściany czworgraniastej, i sześciogranney, zwłaszcza, iż wyższych stopni rzadkie jest używanie.

3. Coto jest wyciąganie ściany kwadrato-wey, i sześciogranney?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowey, albo sześciogranney, jest to wynalezienie liczby owey, z której stał się kwadrat albo sześciogran.

4. Które są reguły służące do wyciągania ścian?

Inne są do wyciągania ścian kwadratowych; a inne do wyciągania ścian z liczby sześciokątnej czyli pełnej. O każdym z osobna mówić będziemy.

§. 1.

O wyciąganiu ściany czworograniastej z liczby danej.

5. **C**O jest wyciąganie ściany czworograniastej?

Wyciąganie ściany czworograniastej, jest to, jakśmy niedawno powiedzieli, wyznaczenie liczby takiej, która w się wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę za daną kwadratową, jeżeli jest pełna kwadratowa, a jeżeli nie jest pełna kwadratowa, rodzi największy kwadrat, który się w niej zamyka. Np. liczby 36, jest ściana 6, gdyż $6 \times 6 = 36$.

6. Jeżeli liczba dana niewnosi więcej nad sto, jak tey ścianę łatwo znaleźć można?

W ten czas danej liczby ścianę czworograną łatwo znaleźć można w następującej tabliczce:

Ściany.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czwor- gianna.	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaszcza gdy liczba jest pełna kwadratowa; np. Chcąc dostać, jaka jest ściana kwadratowa 16, szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tam zadana liczba 16 wyraża się, i znajduję ją w czwartym rzędzie, i 4 w tymże samym rzędzie w wyższej kolumnie po-

położone. Te 4 są ścianą kwadratową 16; bo 4×4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie jest prawdziwy kwadrat, w ten czas brać się powinna ściana liczby najbliższej przychylącej się do liczby zadanej, np. Chcąc wiedzieć, jaka jest ściana czworogranna 50? Szukam w drugiej kolumnie kwadratów, jeżeli tamta liczba 50 mieści się; której iż nie znalazę, więc biorę liczbę najbliższą przychylającą się do niej, to jest 49, i mam w wyższej kolumnie ścianę iev czworogranną 7. Bo $7 \times 7 = 49$. Liczba przeto 50 rzetelnej ściany czwor. nie ma.

7. Jakże są reguły na wyciąganie ściany czworogranney z liczby danej i kleykolwiek, która większy nad sto wynosi?

Te następujące: *Naprzód* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynając, podzielić punktami, tak żeby pierwszy punkt był pod ostatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, i tak daley, z waze jedną figurę przeskakując. Tym sposobem podzielimy daną liczbę na części, z których każda będzie miała dwie figury, prócz pierwszej części od lewey ręki, w której część to leżna tylko jedna przynajmniej. Jle zaś będzie części w liczbie tak podzieleney, czyli ile będzie punktów położonych, tyle mieć w sobie powinna figur ścian wynaleziona.

Punktóre: To uczyniwszy, zaczynam samę robotę, biorąc pierwszą część od lewey strony liczby danej, i szukam iey na tabliczce czworogrannów, którą jeśli znajdę, biorę przydadając iey ścianę, jeżeli nie znajdę, to biorę tę samą czworogranną najbliższą do iey liczby przychylającego się, i piszę ją na miey-

scu osobnym, za pierwszą część ściany ieneralney.

Potrzącie. Z wynalezioney ściany robię kwadrat, i odcinam go od pierwszej części liczby danej. Do reszty zaś, jeśli się jaka została, składam drugą następującą część z liczby danej, dwie figury zawierającą. Potem ścianę wynalezioną podwojwszy, piszę ją za dzielnika tej drugiey części.

Poczwarte. Uważam, ile razy dzielnik z ściany podwojonyy zrobiony być cię może w tej drugiey części, nie trącając. Osi ostatniey iej figury punktem naznaczoną. Wieloraz wypadający piszę zaraz, i za część drugą ściany ieneralney, i na końcu dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, niepomijając ostatniey także dopiero przydanej liczby, a produkt odcinam od całej drugiey części wziętey wraz z ostatnią figurą punktem naznaczoną. Do reszły pozostałej składam następującą trzecią część liczby danej, także we dwóch figurach zawartą, którą, nie trącając ostatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwojoną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako i na końcu nowego dzielnika piszę; potem przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywszy, produkt odcinam od całej trzeciey części liczby danej sposobem wyżej podanym. Nakoniec złożywszy następującą czwartą część liczby danej do pozostałej reszty, postępuję sobie tak, iak się o drugiey, i trzeciey części powiadało, aż dojdę do ostatniey części, z
któ-

którey jeżeli się po ostatnim odciągnięciu nie nie zostaje, znak jest, że liczba dana prawdziwy jest czworokąt; jeżeli się zaś co zostaje, znać, że liczba spełna kwadratowa nie jest, ani może mieć rzetelney ściany swojej, to jest znać, że nie może mieć takiej ściany, któraby się liczbą spełna całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, jest ścianą kwadratu, najbliżey do danej liczby przychylającego się.

8. Co jeszcze o wyciąganiu ściany czworokątnej wiedzieć potrzeba?

Tę osobę wiec: iż jeżeli ściana podwojona, w części odcięty od liczby danej, i do reszty przyłożony, brać się nie może, tedy równie iak w dywizyi, do ściany dodać się zero, a następująca część z liczby danej składa się, jeżeli się znajduie i t. d. Nadto ściana przez dywizyą wynaleziona pomniejsza się iednym, gdy produkt z mulyplikacyi ściany przez dzielnika, i przydaną liczbę wypadający, będzie więkzsy nad liczbę, od której ma być odciągnony, na co dobrze pomniec potrzeba, dla uniknienia wszelkier omyłki w robieniu. Pokażmy iuż w przykładach danych reguły praktykę:

Przykład I Ma kto kamieni ciosanych płaskich kwadratowych: 1849. chce niemi w kwadrat podłogę wysłać. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana | Sciana.

18,49.	43.
.	
16	

Dziel.

Dzielnik dru-	8,3	249.
giey części		249.

Ażbyś z tej liczby ściągę wyciągnął, dając ją naprzód przez punkt na dwa części, sposobem wyżej podanym. A sięd wiać, że ożna, iż w ścianie dwie figury zamykają się powinny: *Powtóre*. Biorę pierwszą część liczby danej 18, którą że w tablicy drugiego kolumny znajdę, biorę 16 najbliższe do 18, i przy nich położę ścianę 4, plus 20 pierwszą część ścianę iene. *Przebieg*. Z tych 4 pierwszych części kolumny, i bierę kwadrat $4 \times 4 = 16$, który jest 16, dając w od 18; Do reszty zaś 2, które się po odciągnięciu pozostały, składam następną drugą część liczby danej, to jest 49, i mam: 249. *Poczwarte*: Ścianę wynalezioną 4 podzielię. $4 \times 2 = 8$, kładę ją za dzielnika tej drugiej części, i uważam ile razy 8 mieści się w 24 (netykając 9. punktów naznaczonych) a wieloraz 3 kładę za drugą część ścianę ienera ney, i oraz przydaję 20 na końcu dzielnika 8. *Pięte*: Rozmnożywszy przez 3 poprzednio wynalezionę, całego dzielnika wraz z przydanymi do niego 3, produkt 249, odciągam od całej drugiej części liczby danej, także 249, i nie się się nie zostaje; co znakiem jest, że dana liczba jest prawdziwie czworgianą. A ponieważ nie masz więcej części liczby danej, zakończyłem robotę.

Scena więc, której szukałem, będzie w sobie zamykała kamień 41. Bo 43 w siebie wprowadziwszy 43×43 , wypadnie liczba 1849.

1849, danej liczbie 1849 we wszystkich równości. Gdyby zaś po rozmnożeniu więzcy lub młody wyprowadził od danej liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ścian błąd był popełniony, i na ten czas trzeba by robotę powtórzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w swym wojsku żołnierzy 10,404 Tych w potrzebie chce uszykować w kwadrat; pytam, ile na każdy bok ma ich postawić, i wiele będzie wszystkich szeregów?

Liczba dana	Ściana
1,04,04	102
• • •	
1	
<hr/>	
20,2	0,404
	• •
	404
	<hr/>
	...

W tym przykładzie, że z dzielnika nie mogę brać w drugiej części liczby danej, która tu jest zero, dla tego za drugą część ściany piszę 0, a do tej drugiej części składam trzecią część liczby danej, i mam 404, które przez ścianę podwojoną podzieliwszy, wypada cała ściana liczby danej: 102, i pokazuję, iż w każdym szeregu stanąć powinno żołnierzy 102. Powtóre, iż tyle wszystkich szeregów będzie. Z tej ściany kwadrat zrobiwszy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewnej Chorągwi iż się walczone z nieprzyjacielem potkała, dale Jenerał w nagrodę odwagi i męstwa złot: 17,956, w obozie nieprzyjacielskim znalezione, pod

13 kondycją, aby tyle każdy wziął; ile ich było w Chorągwi owej. Otam, tak każdy żołnierzowi dał się, i wiele było żołnierzy w owej Chorągwi?

	Liczba dana	Sciama
	1,79,56	134
	.	.
	.	.
	.	.
2,3	- 79	
	.	
	69	

26,4	1056	

	1056	

Sciama wynaleziona pokazuje, iż w owej Chorągwi było żołnierzy 134, i każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tej liczby 134 kwadrat zrobimy, wypadnie dana liczba: 17,957.

Przykład IV. Mam wyznaczyć stronę czworokątą z danej miary 19, w liczby:

Liczba dana	Sciama
6,24,37,68	2498 1/2

4

4,9	224

	176

48,9	437

	4401

498,8	43668

	39904

	3761

W tym

W tym przykładzie przy diwizyi drugiey otrzymamy w 22, mogą brać pięć razy; lecz poniżej produktu z mnożeniem całości dzielnika, przez siebie 5 wypadamy 7, większy jest niż 10, część liczby danej 224, od której mam odciągać, przeto wieloraz zmniejszam jedynem, i za nim 3 figurę ścianę kładę tylko 4, akosmy wyżej przed pierwszym przykładem powiedzieli.

9. Co jeszcze w wyciąganiu ściany czworogromney uwzględnić, i wiedzieć potrzeba?

To, co następuje: Jeżeli liczba dana nie jest pełnym kwadratem, tedy reszta od ostatniego odcięcia pozostała, taka i stała w tym ostatecznym przykładzie: 3761 idzie na liczbę ścianę; w której resztę pozostałą kładę za dziesiątką, a za nią nową taką ścianę wynalezioną podwojoną. Jeżeli zaś reszta pozostała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianę podwojoną, mającą być dziesiętnikiem, przydaję jedno. Tak w ostatnim przykładzie, ponieważ reszta 3761, większa jest nad ścianę znalezioną 2498, z czem podwojwszy też ścianę: 2498×2 , do produktu: 4996 przydaję 1, i mam frakcję ścianę wynalezioną przyłączyć: $\frac{1}{2498}$.

Przy czyna tego ta jest: iż każdy kwadrat większy, mniejszego po którym zaraz następuje, przewyższa ścianą tegoż mniejszego kwadratu, podwojoną przydawszy 1, tak dalece: iż dodawszy 1 do podwojonej ściany jakiegokolwiek kwadratu, z tą summą do kwadratu najbliższego mniejszego, wypadnie kwadrat najbliższy większy. Np. 16 od 9, to jest kwadrat większy od mniejszego najbliższego, różni się tą przewyżką: $3 + 3 + 1 = 7$, albo iak

L 2

się

się powiedziało, ścianą kwadratu możemy go podwojonego, z przydatkiem i dnoś. Tę więc sumę 7 dodawszy do kwadratu mniejszego 9, wypadnie większy: 16; 8 z ścianą kwadratu mniejszego jest 3. (n)

10. Jaki jest sposób na dźwinięć do brze wyciągnięney ściany kwadratu?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowej nic innego nie jest, tylko rodzaj dwiżki, z tą tylko różnicą, że w dwiży popołitey jest liczba dana na dzielną, tu zaś dzielnika szukać potrzeba, i to na każdą, cz. z liczby danej innego, którego z ścianą walezionej dochodzimy; zatem iak w dwiży popołitey, tak i tu na próbę doszć będzie, ścianę wynalezioną przez siebie samę rozmnożyć, i do produktu przyjąć resztę od ostatecznego odejścia, z liczby danej pozostałą: produkt ten cały wypadający, powinen być równy zupełnie liczbie danej. Tak w ostatnim przykładzie ścianę 2498 węg. urowadziwszy, wypada: 6,240, 04. Do tego przydawszy resztę pozostałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6,243,765.

Ta

[n] Z trójkąci ściany walezionej podobnej, wzięta, niektórzy czynią, i tak ścianę z niewłaściwie przechylanie tę do rzeczonej, ściany, i do tego boku przetrów do reszty po odjęciu od siebie, co w Matematyce mianem przynosi i nazywa. Lecz ponieważ Arytmetyki nasza, zastrzeżona, i z wyjątkiem pisaną, wygodnie bez tego pojęcia na ściany obejść się może, umyślnie to opuszczamy, mając za cel w pisanie krótkość.

Wyciąganie ściany kwadratowej przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X. Sołski w Nauce 17, Zebrań 14 Geometrii swojej, na karcie 153, kto chce, niechaj się tam uda.

Ta jest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowej, mówmy teraz o kubicznej.

§. 2.

O wyciąganiu ściany sześciogrannej z liczby danej.

11. CO jest liczba sześciogranna, czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy już powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się wprowadzonej, iako np. Sześciogran 8, wypada z rozmnożenia liczby $2 \times 2 \times 2 = 8$. Albo też: Jest to produkt z rozmnożenia kwadratu przez swoją ścianę. Tak rozmnażając kwadrat 9 przez swoją ścianę 3, wypada sześciogran 27, który się inaczej nazywa stopniem trzecim.

12. Co to jest wyciąganie ściany sześciogrannej z liczby danej?

Jest to wynalezienie takiej liczby, która przez siebie samą trzy razy rozmnożona, czyli, czyli rodzi liczbę zadaną, to jest sześciogran, czyli kostkę wszcz, wzdłuż i wglęb równoboczną, jeżeli dana liczba jest zupełnie sześciogranna: jeżeli zaś nie, rodzi największy sześciogran w owej liczbie zamknięty, np. Wyciągnąc ścianę sześciogranną z liczby danej 8, jest to wynaleść liczbę 2, która trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcej nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ją łatwo znaleźć w tablicy następującej, np. Chcąc dojść, iaka jest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciej

they believe they liberty, i zanyduig is w

Gila- ry	Czwor- giennie	Sześcio- gennie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

Takliżby było, jest ścieżka najbliższa g. i. r. d.
jakoś, wylew o wyłączeniu ścieżki czworo-
gramat y powiedzien.

14. Ki dy liczba zadana wynosi więcej niż tysiąc, jak się z niej wyodrębi ściana sz sześcioranna?

W ten czas trzeba zachować następujące re-
guly: *Naprawdę*. Potrzeba dać licząc, zaczy-
niając od ręki prawey, tak podzielić, aby w
każdey części trzy figury znajdowały się,
poócz pierwszej od ręki pierwszej, którą czasem
dwa, a czasem jedną tylko figurę mieć mo-
że. Należy być takich części, tyle być po-
winno figur w ścianie z której leży wcią-
gnięney. Poócz tego trzeba, iak wyżej o
wyciąganiu ściany czworokątney powiedzie-
liśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od pra-
wey ręki, i znowu dwie inne środku opuszc-
wszy pod szóstą figurą, potem pod dziewiątą,
dwunastą, i tak dalej; zawsze po dwie figury
w środku po każdej kropce opuszczając.

Powódre. Pierwszej części liczby danych szu-
kam szczytu szczytologicznej na tablicy sześć o-
gránów,

granów, które jeżeli nie znajduję, biorą ścianę sześciogranu najbliższą do niego przychodzącą się, i piszę ją na osi nim mijającej za pierwszą część ściany ieneralnej. Potem z tej ściany wynalezioney robię sześciogran, i odlegam go od pierwszej części liczby danej.

Przebieg. Do reszty, jeśli się jaka po tym odleganiu została, składam następującą drugą część z liczby danej, lecz po znalezieniu dzielnika, będącego tylko z owej złożonej części liczbę, czyli figurę krótką naznaczoną liczącą do skutku wieloraz. Dzielnika zaś drugiej części tak wyznaję: z ściany już wynalezioney robię kwadrat, i potrafiam go, to jest mnożę go przez 1; produkt stąd wypadający oddzieleni i dzieleniem drugiej części; dopiero uważam, wiele razy ten dzielnik w owej drugiej części zamyka się (nie licząc dwóch figur ostatnich tejże części po kropce leżących), a wieloraz piszę za drugą figurę ściany ieneralnej.

Poczwarte. Przez wieloraz wynaleziony rozmierzam dzielnika, a produkt piszę pod temi liczbami, w których się tenże dzielnik zamykał; potem potrafiam pierwszą część ściany wynalezionę, i rozmierzam ją przez kwadrat drugiej części tejże ściany; produkt stąd wynikający piszę pod pierwszym produktem, iędną figurą ku prawej występującą. Na statek robię sześciogran z tejże drugiej części ścianę wynalezionę, który piszę pod drugim produktem, iędną znowu figurą ku prawej występującą. Dopiero te trzy produkta razem
zbie-

zberam, i odciągam od drugiej części, wziętej wraz z ostatnimi dwoma figurami za kropką stojącemi.

Przytę. Do reszty, jeśli się jaka została, składam dalszą część z liczby danej, i oznakam nowego dzieł ika tak, jak m. w. d. w trzecim punkcie powiedziałem, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, i potrafiąc go; produksta w p. d. g. i. t. e. z nowym dzieł ikiem. Uważam potem, wiele razy zamyka się w części liczby danej, dwóch ostatnich figur nieykością. Wielekraz patzę za trzecią część ściany ienerałney. Dopiero robę tym sposobem, i kam w czwartym punkcie powiedziałem, produkta, które zebrane odciągam z trzeciej części liczby danej i t. d. Tym sposobem można łatwo zyciągąć ścianę sześciograną z liczby danej, choćby n. y. w. k. zey.

Wiedzieć zaś pottzeba, iż jeżeli wynaleziona ściana sześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwsza część ściany, do stukania, czyli robienia produktów, powinna zamykać w sobie dwie figury, a druga część jedną trzecią figurę. Jeśli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwsza część powinna zamykać trzy figury, a druga część czwartą figurę, i tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiey i dokładniey objaśnią.

Przykład I. Ma kto kamieni równo ciasnionych 1728, chce z nich sześciogranny postument do posągu kazać wytawic; pytam, iak wiele na każdym boku wstecz, wglęb i wzdłuż kamieni kłaść będzie pottzeba?

Liczba

PRAKTYCZNA 169
Liczba dana Szczęściogranna.

1,728	12
1	
Dzielnik 3 728	
6	
12	
8	
728	
0	

Abym z danej liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwszy na dwie części, widzę że jedności ściana jest 1, którą piszę za pierwszą część ściany na boku; a że jedności szczęciogran jest 1, odejmam więc zaraz 1 od 1, nic się nie zostaje. Powtóre składam następną część z liczby danej, i zrobiwszy dzielnika 3, sposobem przepisany, widzę, iż się w 7 dwa razy zawiera, piszę więc za drugą część ściany te same, i potem przy produkcie, według nauki wyżey p. danej, uczyniwszy, i razem zebrane od drugiej części odciągwszy, zostaje się nic; co jest znakiem, iż dana liczba zupełnie jest szczęciogranna. Ściana zaś wynaleziona 12 pokazuje, iż na każdy bok owego potumentu kłaść potrzeba kamieni 12. Bo 12 X 12 dała 144. Te 144 X 12 dała 1728, ile było kamieni danych.

Przykład II Chcę wyciągnąć ścianę kubi-
czną z następującej liczby:

Liczba

Liczba dana | Ściana sześciogran.

66,926,037 | 406 $\frac{237521}{7728}$.

64

48		29,26,
4800		29:60,37. a.

28800 . . c.

4320 . . d.

216 . . e.

2923416 . . f.

... 2621. . g.

W tym przykładzie, postępując sobie podobnie reguł wyżej podanych, ponieważ w drugiej części liczby danej, dzielnik 48 w 29, braci się nie może, zaczęłam za wieloraz pisać zero, a do drugiej części składam trzecią część z liczby danej, i zrobiwszy nowego dzielnika 4800, widzę, iż w 29,260 zamyka się 6 razy. Te więc 6 piszę za trzecią figurę ściany, a potem robię produkt do odciążenia ch z liczbą podzielnicy; to jest wieloraz 6 rozmnożam przez dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, który piszę przy c, potem potroiwszy pierwszą część ściany wynalezioną, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiej części ściany 6, i mam cały produkt, który piszę przy d; naostatkiem robię sześciogran z tejże drugiej części ściany 6, a produkt piszę przy e. Te produkty raz mam zebrawszy, piszę je przy f, i ten dopiero tenże sam produkt odciążam z liczby podzielnicy a, zostaje się 1621 przy g. Co pokazuje, iż liczba dana nie jest zupełnie

częściowa, czyli pełna. Sciana tedy sze-
ściej części 406 nie jest ścianą rzetelną liczby
pełnej, lecz tylko ścianą największego sze-
ściej części, w owej liczbie zamykającego się.
Dowód dobrze wyciągniętej ściany pełnej
będzie niżej ukazany.

Przykład III. Mam wyciągnąć ścianę pełną
z następującej liczby:

Liczba dana		Sciana.
12,454,901,432		1318.

Dzielnik 12		4454,
2giej części		_____
		36..
		54.
		27

		4167

Dzielnik 1587		287901,
3ciej części		_____
		1587..
		69.
		1

		159391

Dzielnik 160083		128510432.
4tej części,		_____
		1280664..
		44352.
		512.

		128510432.
	

Scia-

Ściana więc wynaleziona danej liczby jest: 2318. Ta trzy razy w się wprowadzona, uczyni daną liczbę.

15. Jak iasi wyciągać ścianę pełną z liczby danej?

Iasi wyciągnąwszy ścianę z pierwszej części liczby danej, tak iak się powiedziało, iedną tylko figurę z drugiej części liczby danej składając, i uczyniwszy sobie dzielnika sposobem podanym, szukaia wieloraza, który znalazłszy, piszą za długą figurę ściany. *Powtóre.* Z tey znalezionej ściany robią sześciogran, i odcigają go od obudwoch części liczby danej, a resztę zostającą pod liniąką wypisują. *Potrzecie.* Do tey reszty przydawszy iedną z trzeciej części liczby danej figurę, i znalazłszy nowego dzielnika tymże samym co wyżej sposobem, i wieloraz za trzecią figurę ściany napisawszy, z całej ściany sześciogran uczyniwszy, odcigają ten produkt od wszystki h części z liczby danej inżbranych. Y tak daley sobie postępują, kiedy tego potrzeba. Nie rozciągają się nad objaśnieniem tego sposobu, bo mi się perwizy dokładniejszy zdaie.

16. Jeżeli się co zostaje po wyciągnienu ściany sześciogranney z liczby danej, czego to jest znakiem?

Znakiem to jest, iż takowa liczba pełna sześciograną nie jest, i ściana wynaleziona, nie jest ścianą rzetelną liczby danej, ale tylko ścianą naywiększego sześciogranu w owej liczbie zawierającego się. Ponieważ tedy cała ściana liczby danej całkowitą liczbą wyrazić się nie może, przeto reszta pozostała wyrażać

zażać się ma frakcyą, której liczniki m będzie też samma liczba pozostała, a mianownikiem przewyższą zmniejszoną jednym, która zachodzi między sześciogranem ścianą wynalezioną, i sześciogranem większym najbliższym. Jako w drugim przykłądzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciograną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie licznikiem przyległej frakcyi, mianownikiem zaś 19 — 1 = 18. Cała więc wynaleziona ściana będzie: $2 + \frac{12}{18}$.

Racya tego ta jest: iż sześciogran większy, np. 27, przewyższa sześciogran najbliższy od siebie mniejszy 8, ścianą 2 sześciogranu mniejszego potrojoną, i rozmnożoną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to jest: $27 - 8 = 6 \times 3 + 1 = 19$. Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie najbliższy mniejszy, trzy razy wziętym kwadratem z ścian, mniejszego kwadratu, przydając potrojoną też samą ścianę, i do niej 1. Y dla tej przyczyny w żadnym wyciągnięciu ściany sześciogranney, reszta, jeśli jaka zbywa, nie może być większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezionej ściany, oraz z przydaniem produktu potroionej teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę jedną jednością większą, nad tę, która jest wynaleziona.

17. Jaka jest proba na doświadczenie dobrze wyciągnięney ściany sześciogranney?

Ta następująca: rozmnaża się trzy razy przez siebie samą znaleziona ściana, a do produktu dodaje się reszta od ostatniego odciągnięcia pozostała, summa równa liczbie dany

ncy

ney wpaść powinna; inaczey znaczyłoby nie-
pełnioną iaką omyłkę. Tak więc i drugi
drugi, s. 109, znalezioną przez siebie i
razy roznożywszy, i dodawszy 1700, po-
została 1611, wypada dana liczba: 669:6637.
Oto wizerunek roboty:

$$\begin{array}{r}
 406 \\
 406 \\
 \hline
 2436 \\
 16240. \\
 \hline
 164836 \text{ Kwadrat.} \\
 406 \\
 \hline
 989016 \\
 6193410. \\
 \hline
 66913416 \text{ Sześciogran.} \\
 162 \text{ Reszta.}
 \end{array}$$

66926037 Liczba dana

18. Jak się wyciąga ściana tak kwadratowa,
iako i pełna z frakcyi danych?

Wyciąga się ściana tak z licznika iako i
mianownika, sposobem wyżej podanym o
kwadratach i sześciogranach, wypadać fra-
kcyę za ścianę daną y frakcyi, zwiazana nie-
długo i licznik i mianownik ma ścianę zastę-
pną. Tak $\frac{1}{2}$ są ścianą czworograną frakcyi $\frac{1}{2}$,
a $\frac{1}{3}$ są ścianą sześciograną frakcyi $\frac{1}{3}$. (C)

S.

[O] Jako wyciąganie ściany kwadratowej, tak i
sześciogrannej przez najbliższe do prawdziwej ściany
przechylenie się z liczby niespełna sześciogrannej opo-
szczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne i wyższych sto-

*O wynajdywaniu liczb średnich nieprzerwanie
proporcyonalnych.*

MOwiliśmy już wyżej, iż dwójka jest pro-
porcyą: ciągłą czyli nieprzerwaną, i pro-
sta czyli porządną, i także podaliśmy spo-
sób na szukanie czwartej liczby proporcjo-
nalnej porządną. Tu ukażemy sposób na szu-
kanie liczb średnich proporcjonalnych.

19 Jak się dać między dwoma liczbami trzecią
nieprzerwanie proporcjonalną wynajdać?

Z drugich liczb rozciąga się kwadrat, to jest
w siebie samą wprowadza się, a produkt z
tego mnożenia wypadający, dzieli się przez
liczbę pierwszą, wielokrotnie ukaże trzecią li-
czbę dwóm danym liczbom nieprzerwanie
proporcjonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do któ-
rych trzeciej liczby nieprzerwanie proporcjo-
nalnej szukać mam. Według danej nauki 6
 \times 6, a produkt 36 podzieliwszy przez 2, wy-
pada 18 trzecim terminem proporcjonalną. $\frac{6}{2}$ 2.
6. 18. Bo iako 2 \times 6, tak 6 w 18 trzy razy
spółna mieszczą się. Fundament tego zamy-
ślenia się wprawdzie 3cim Roz: 3go.

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie
liczby między sobą pierwsze, to jest: kiedy te-
na

próbowano ściany, do Algiebrzy szczególniejszym prawem
rozstrzygnięto przez króćcy reguły daleko łatwiej wynajdywa-
nie. Można w tej materii czytać Arytmetykę X.
składowa, i naukę X. polskiego zostawić, Zab 14.
Kto by także opisywał sposób wyciągania ściany sześci-
okątnej przez Tabliczki Nepera, w Nauce 12. Zab 14.
Ichnietyi swej.

dać w drugiej pełna kilkakrotnie bród się nie może, w ten czas trzecia liczba nie przerywanie proporcjonalna, nie w całkowitej liczbie, ale z przyłączoną frakcyą wypadnie. Tak dawszy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcjonalna: $24\frac{1}{2}$, to jest: $\frac{24}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 24\frac{1}{2}$.

20. Jak się wygaduje między dwiema danymi liczbami średnia nieprzerwanie proporcjonalna?

Rozmnażają się te dwie dane liczby między sobą, a z produktu wyciąga się ściana kwadratowa; ta ściana będzie średnią nieprzerwaną między danymi dwoma liczbami, nieprzerwanie proporcjonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27, między którymi szukamy średniej nieprzerwanie proporcjonalnej: wyciągnąwszy $3 \times 27 = 81$. Z tych 81 wyciągnąwszy ścianę czwórną, wypadnie ściana 9, czyli średni termin proporcjonalny między danymi liczbami: 3 i 27, to jest: $\frac{27}{3} = 9$. Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy jedna mieści się. Fundament tego masz w tymże prawid: 30im Rozdz: 320.

Średni zaś termin Arytmetyczny tak się znayduje: dane liczby dodają się, summy połowa da termin Arytmetyczny proporcjonalny, np. 2. 8. Te liczby dodawszy $2 + 8 = 10$, połowa summy 5, dać średni termin Arytmetyczny proporcjonalny, tak: 2. 5.: 8.

21. Na co tu jeszcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż jeżeli produkt danych dwóch liczb nie jest rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowej prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez jakiej retzty, w ten czas między takimi

Wiem i liczba średniej liczby nieprzerwan-
nie proporcjonalnej znaleźć dla zachodzącej
takiej nie można.

Wiem i że każda kwadratowa jest śred-
nią między proporcjonalną między jednym i
swym własnym kwadratem, dla tego, iż ka-
żdy kwadrat można brać aby rozmnożony
przez 1. Tak 4. ściana kwadratu 16. jest
średnią między nieprzerwanie proporcjonal-
ną, między 1 i 16. Bo $\frac{1}{4} = \frac{16}{16}$; tak się ma
1. do 4. tak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie śred-
nie liczby nieprzerwanie proporcjonalne wy-
wynać się?

Wynać się następującym sposobem :
kwadrat z pierwszej danej liczby zrobiony,
rozmaż się przez liczbę drugą, z produktu
wyciągną ścianę sześciograną pokaże pier-
wszą średnią liczbę proporcjonalną. Podo-
bnie z kwadrat drugiej liczby rozmnaż się
przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu
wyciągną ścianę sześciograną, pokaże
drugą średnią liczbę nieprzerwanie propor-
cyonalną.

Tak u. p. Chcąc znaleźć między dwiema da-
nymi liczbami 2. y 16. dwa terminy śred-
nie nieprzerwanie proporcjonalne Naprzód.
Czworgrani 4, zrobiony ze 2 rozmnażam przez
16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę
sześciograną 4, ta będzie pierwszą średnią
liczbą proporcjonalną. Powtóre: Kwadrat 256
zrobiony z 16. drugiej liczby danej, rozmna-
żam przez 2. a z produktu 512 wyciągnąwszy
ścianę sześciograną 8. ta będzie drugą śred-
nią liczbą proporcjonalną między 2 y 16.

Zaczem 2. 4. 8. 16. mają między sobą propor-
cyą ciągłą, czyli nieprzerwaną; gdyż tak się
mają 2. do 4. tak się mają 4. do 8., i tak
się mają 8. do 16., tak się mają 16. do 32.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż jeżeli z pro-
duktu kwadratu jednej liczby wzmnożymy go
przez liczbę drugą, ścianę sześciokątnej bez
frakcyi wyciągnąć nie można, to między ta-
kowemi liczbami średnich liczb nieprzer-
wanie proporcjonalnych z drugą mieć zmusić
nie można. Pożytek tych to pytań użycie się w
następującym Rozdziale, w którym mówić bę-
dziemy o Progressach.

§. 4.

*Zamyka niektóre użyteczne zadania, które się
przez pominięcie w górnym rozdziale.*

I. PRzez wyciągnięcie ściany kwadratowej.
Zadanie I. Z lip. 625 chcę ogród
kwadratowy zasadzić; pytam, ile ich w ka-
żdym rzędzie mam mieć?

Ścianę wyciągniętą pokazuje, iż na każdy
rzęd po 25 wypadnie.

Zadanie II. Chce kto dziki sad w kwadrat
drzewkami wysadzić w którymby 56 rzędów
było; ile mu drzewek na to potrzeba?

Z danej liczby robię kwadrat, produkt 3136
wskazuje mi, iż tyle drzewek potrzeba aby
w owym sadzie było rzędów 56, a w ka-
żdym rzędzie po 56. drzewek.

Zadanie III. Chce kto ogród 24 szeregami
drzewek wysadzić, ma na to tylko 568 drze-
wek, które na 23 tylko szeregi w wysadzenie
wystarczają, i nad to zostaje się drzewek 39.

Pytam

Pytam, wielki drzewek jeszcze potrzeba, aby 24 szeregów być mogło?

Odcinam 2, p. dwałam, a do produktu 46 przydam 1. mam 47, od tych 47 odcinam pozostały drzewek 39, zostaje się, 8, które pokazują, iż tyle drzewek jeszcze potrzeba do owych 568. aby w ogrodzie owym było szeregów 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odcinam 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

Zadanie IV. Nauczyciel pewny rozdało 321. jabłek między uczniów swoich, pod tą kondycją: aby każdemu po tyle się dostało, ile wszystkich było? Pytam wiele miał uczniów i wiele każdy z nich wziął jabłek?

Z tej liczby ścianę kwadratową wyciągnąwszy, wypada 18. Tyle więc miał uczniów i po tyle każdy wziął jabłek.

Zadanie V. Matka dała swym dzieciom 162 orzechów, pod tą kondycją, aby każde tyle dwójce wzięło, ile ich jest; Pytam ile było wszystkich dzieci i ile każde orzechów wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwójce, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2. a dopiero z wieloraza 81. wyciągnąwszy ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18. orzechów.

Na procę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozmnażam przez 2. bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było wyjdzie dana liczba 162.

Zadanie VI. Po zgorzeniu pewnego Klastoru, wysłali się Zakonnicy na zbieranie iakozmny. Po niejakim czasie powróciwszy, po-

suzegaią, iż każdy z nich miał tyle ich wysłanych było. Cała zaś suma od nich przyniesiona, czyni talar. 144. Pytam więc ile ich było na kwescie, i wiecie ile przyniosł?

Wypada ściana wyciągnięta 12. To jest tyle ich było na kwescie, i każdy po 12 talar. przyniosł.

Zadanie VII. Umierając ojciec zostawił synom wolno złot: 1080, z tą kondycją, aby każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Pytam więc ile miał synów, i wiecie ile każdemu dostało?

Daną liczbę przez 30 podzieliwszy, a z wielorazu 36, ścianę kwadratową wyciągnięty, wypada 6. synów; każdy więc wziął po złot: 180.

Zadanie VIII. Ma pewne miasto kwadratowych kamien: 76176, każe z nich wystawić ratusz w kwadratową figurę. Pytam ile Rzemieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnięciu ściany wypada 276, tyle na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

Zadanie IX. Jest baszta wysoka na łokci 24 obwiedziona fosją szerką na łokci 10, chcąc wystawić drabinę, która by do wierzchołka baszty owej z dalszego brzegu dosięgała; Pytam na wiele łokci długa być powinna?

Naprzód z wysokości baszty łokci 24 robię kwadrat 576, a drugi z szerokości fosy łokci 10 = 100. Powtóre te dwa kwadraty razem znowę, a znowę 6/6 wyciągam ścianę kwadratową, która okaże, iż drabina być długa powinna na łokci 26.

Zadanie X. Herman liczy pichoty 7569, lecz z nich tylko 2240 są uzbrojeni w pa-cerze,

rze, reszta 5329 z pancerzy. Chce więc uzbroić w pancerze za łonie bezpancernych, a to w figurę kwadratową. Pytam więc: ile ma postawić uzbroionych w pancerze w każdym rzędzie po bokach?

Naprzód biorę bezbrojnych liczbę 5329 i wyciągam z niej kwadrat, wypada ściana 73. Powtórnie wyciągam ścianę z danej liczby pięciokrotnie, to jest z 7569. Wypada ściana 87; toś odciągam od niej ścianę o 14 drugiego wypadnie różnica 14. W parowa jest 7. Zaczem bezpancernych stawiać potrzeba w każdym rzędzie, jak ściana wyciągnięta pokaznie, po 73; w każdym zaś rzędzie przed nimi po bokach stawiać potrzeba po 7. uzbrojonych w pancerze, tak po 1 wey, jako i po prawey stronie, to jest: połowę różnicy ściany wyciągniętych. Naprawdę do 73 przydług 14 zerobynych w każdym rzędzie ustawionych, będzie 87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę drugą.

II. Przez wyciągnięcie ścisny sześciogranney

Zadanie I. Ma kto kości i sześciobocznych 5832. Chce je ułożyć w figurę sześciogranną. Pytam wiele na każdym boku, to jest: wazierz wzdłuż i wglęb klase owych kości powinien?

Wyciągnąwszy z danej liczby ścianę sześciogranną, wypada 18. Tyle tedy na każdym boku kości kłaść potrzeba.

Zadanie II. Pewey myśli kazać wystawić statwę, pita wiele potrzeba mu sprowadzić równocześnie i kamieni, aby postument do tej statuy był w koskę na każdy bok 16. kamieni zabierający?

Z danej liczby 16 robię sześciogran, i od-

M 3

po-

powiadam, iż mu potrzeba sprowadzić kamieni ciotanych 4096.

Zadanie III Z dyamentu kuli żelazney, kamienney, lub ołowianej, ważącey funt jeden, doysć jaki powisien być dyament ku i dwóch funtowey, trzech funtowey i t. d. z tegoż samego materyału?

Daymy, że dyament kuli funtowey dzieli się na części 10. Robię z tych 10. sześciogran 1000. a rozmnożęwszy go przez 3 z produktu 2000 wyciągam ścinę sześciogranną, która mi ukáže, ile takowych części dyamentu kuli dwóch funtowey, zamykac w sobie powiereni; to jest 12 Toż samo czynię szkarę dyamentu kuli 3. funtowey, 4. funt: 5 funt: i t. d. to jest mnożę sześciogran 1000 przez 3, 4, 5, a z produktów wyciągam ścinę sześciogranną, te pokażą dyament na kulę 3. 4. lub 5. funtową.

Zadanie IV. Rura armatna szeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owej armaty była na 4. cale; pytam iak wielką kulę wyrzuciłby mogła?

Z całów dwóch robię sześciograny, i tak sobie postępnę: jeżeli 8. dacie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtów; tyle więc wającą kulę wyrzucić może rura na 4 cale szeroka.

Zadanie V. Gdy straszne zburza potroszyła Ateny, obywatele tamteczni uśala się do Apollina, pyając, jakimby sposobem to zło od siebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollon: iż w ten czas powietrze ustanie, gdy Atenczykowie oltarz jego, który był sześciogranny we dwoie powiększą. Stąd sławna urośl. kwestya o podwojeniu sześciogranu.

Daymy, że ścinana owego sześciogrannego ołta-

ołtarza miało w sobie stop Geometrycznych 25. Z tej sciany robię kwadrat 25, i rozmierzam go przez 30 scianę podwójną. Z produktu 6750 w tej scianie sześciokątna pokazuje, że owego ołtarza pólownego bok jeden powinien być miedzy stop Geometrycznych 18 i 19.

Al. już podźmy do progressyi

ROZDZIAŁ V.

O skokach liczb, czyli progressyach, i o ich regułach.

S. 1.

O progressyi Arytmetyczney, i geometryczney w pospolitości.

1. **C**O to jest skok liczb, czyli progressya? Progressya albo skok w liczbach, jest to nieprzerwany szereg liczb wielu, w której do siebie będących proporcji, i tenże sam wzgląd mających, n. p: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. i td. iako niżej.

2. Skąd się rodzą skoki liczb, czyli progressye?

Rodzą się z proporcji ciągłej, w której drugi termin dwa razy się bierze, raz iako następujący, drugi raz iako poprzedzający, o czem było wyżej, i zowie się szereg proporcjonalny. Jeżeli tedy proporcje ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Geometryczne, n. p: 2. 4. 8. wzięty iak trzy terminy w sobie zamykają, zowią się progressyami, albo skokami liczb.

3. Wie.

3. Wieloraka tedy jest progressya czyli proporcya liczb?

Progressya albo skok liczb jest dwójakie: Arytmetyczny albo wolny, i Geometryczny albo prędkie.

4. Co jest skok Arytmetyczny, albo wolny?

Jest to szereg liczb w sobie równo się przewyższających jedną różnicą albo przewyżką: to jest: kiedy większość lub najmniejsza, poprzedzi się terminy szeregów, a te liczby wiążą między sobą, będąc z sobą i jednostajne: n. p.

Rząd pierwszy. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
 drugi. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13.
 trzeci. 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.
 czwarty. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21.
 piąty. 35. 30. 25. 20. 15. 10. 5.

W pierwszym rzędzie każdy termin następujący jednym jest większy nad poprzedzający. W drugim rzędzie każdy następny dwoma jest większy od poprzedzającego, i tam dalej.

5. Jak tej różnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwszy odlegam od drugiego, albo którykolwiek od następującego, reszta będzie różnicą czyli przewyżką, jak w położonych przykładach widzisz.

6. Sądzę i tak różne skoki Arytmetyczny albo wolny?

Różnie przydając różnicę terminów tej liczbie, po której chcę rozciągnąć progressyę. N. p. Chcąc te terminy. 3. 5. 7. dalej rozciągnąć, dodam do 7. różnicę 1. mam 9; do 9 przydam różnicę 2, mam 11. i tak dalej.

7. Co

7. Co jest skok Jeometryczny albo prędkość?

Jest to szereg liczb wielu w teyże samey i jednolitey proporcyi rosnących, to jest: w podwoyney, potroyney, p. czworney, i tam daley, to jest: kiedy terminy owe mają między sobą wyraźne proporcją ciągłą, wznajdą się z terminami zachodzący, zowie się skokiem prędkim, czyli Jeometrycznym. Oto przykłady:

Podwoyna. 1. 2. 4. 8. 16 32.

Potroyna. 1. 3. 9. 27. 81. 243.

Poczwoyna. 1. 4. 16 64 256. 1024.

Pęciorna. 1. 5. 25 125. 625. 3125.

8. Co to jest progressya podwoyna, co potroyna, poczwoyna i t. d.

Podwoyna jest, w której mianownik czyli w dół 2, albo w kazownik jest 2. Potroyna w której 3. Poczwoyna w której 4; i tam daley.

9. Co to jest ten mianownik, iak się dochodzi czyli poznaje?

Mianownik w progressyi Jeometryczney jest to ta liczba, po której poznajemy względ proporcji między liczbami zachodzący.

Dochodzi się zń tak: liczbę następną dzielić przez poprzedzającą; wieloraz będzie mianownikiem. Tak w pierwszym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2, albo 8 przez 4, zawsze wychodzi mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wywada mianownik 3, i tak daley.

10. Jak rosną terminy progressyi Jeometryczney?

Rosną tak: termin ostatni, po którym mam

rozciągnąć progresyą, mnożę przez mianownika, produkt będzie terminem następującym, n. p. Chcąc rozszerzyć skok podwojony 6. terminów mający, termin ostatni 32 mnożę przez 2. wychodzi produkt za termin następujący siódmy 64, i tak dalej. (p.)

11. Na co się zdadzą to obiedwie progresyę czyli skoki liczbowe?

Na to, żebyśmy wszystkich terminów, ilekolwiek ich być może, szereg krótko i łatwo bez uprzykrzonego, zwłaszcza w przy dłuższych rachunkach, dodawania, w jedną sumę znieść mogli.

Już nieco obszerniej o własnościach, i pożytku obu dwu tych progresyji w szczególności pomówmy.

§. 2.

O skoku wolnym czyli Arytmetycznym

12. **K**tóre są Prawidła, na których się wszystkie reguły progresyji Arytmetyczney zasadzają?

Te trzy następujące:

Prawidło I. W progresyji Arytmetyczney z wielkowiek terminów składającej się, suma terminów skrajnych, to jest zeananie w jedną kwotę pierwszego i ostatniego terminu ro-

WYB

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcyyi Jęometryczney pięciolako odmiennie można bez naruszenia proporcyyi liczb, to jest: wspak je obracać, przemieniać, składając, rozmsażając i dzieląc. Niech będą te terminy proporcyyonalne: 1. 2. 4. 8. Wspak je obracać stać będą tak: 2. 1. 8. 4. przemieniając tak: 1. 4. 2. 8. Składając, czyli dodając tak: 1 + 1. 2. 4. + 4. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcyyonalne przez jednąż liczbę.

wna się summie dwóch terminów, od tychże krańców równie odległych. Tak w sześciu następujących terminach skoku wolnego:

$$\begin{array}{ccccccc} 2. & 4. & 6. & 8. & 10. & 12. \\ 2. + 12. & = & & 4. + 10. & = & 14. \\ 2. + 12. & = & & 6. + 8. & = & 14. \end{array}$$

Prawidło II. W progressyi Arytmetyczney, które nie są do par, summa krajnych terminów, albo suma dowolnychkolwiek, równie od krańców odległych, dwa razy większa jest od średniego terminu. Tak w następującej progressyi:

$$2. \quad 4. \quad 6. \quad 8. \quad 10. \quad 12. \quad 14.$$

Summy $2. + 14$; $4. + 12$; $6. + 10$ zawsze dwukrotnie są większe od 8. liczby w środku danej progressyi zostającej.

Prawidło III. W każdej progressyi Arytmetyczney, termin którykolwiek wzięty, zamyka w sobie termin pierwszy, to jest: termin najmniejszy i przewyżkę, która między terminem a terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile jest terminów od pierwszego terminu aż do niego. Tak w następującym skoku:

$$3. \quad 6. \quad 9. \quad 12. \quad 15. \quad 18.$$

Termin trzeci tego skoku 9 zamyka w sobie pierwszy termin 3 i przewyżkę 3, która tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak: $9 = 3 + 3 + 3 = 9$. Podobnie 12. termin czwarty, zamyka w sobie pierwszy 3 i przewyżkę 3, trzy razy wziętą; gdyż $12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$. it. d.

3. Jaki wniosek i pożytek z tego trzeciego prawidła wypływa?

Ten niezawodny: iż jeżeli przez przewyżkę, między terminami skoku Arytmetycznego zachodzi-

zachodzącą, rozkładając liczbę terminów wszystkich, prócz pierwszego, a do pierwszego dodając termin pierwszy najmniejszy, to ma w owej progressyi wypadnie termin największy. Tak w ostatnim przykładzie przez przeużycie 3, rozmnożywszy liczbę terminów, $4 \times 3 = 12$, jest prócz pierwszego 5, a do pierwszego dodawszy pierwszy najmniejszy termin 3, będzie miał 18, termin największy w danej progressyi; gdyż $3 \times 5 = 15$, a $3 = 18$. Oczem iesz, że będzie nżey.

14. Wiele rzeczy w każdej progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Te pięć następujące: I. Termin najmniejszy. II. Termin największy. III. Liczba terminów. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminów danej progressyi. Też więc wypływa reguła na wzmiankowanych liczbach, li terminów wyznaczenie.

ZADANIE I.

15. Gdy będą dane najmniejszy i największy, to jest pierwszy i ostatni w progressyi Arytmetycznej terminy, i liczba wszystkich terminów, jak się znajdzie wszystkich tych terminów summa ieneralna?

Reguła. Do terminu najmniejszego przydaje się najmniejszy, a summę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, produkt stąd wypadający ukaże summę ieneralną całej owej progressyi.

Przykład Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegar Rzymskiego począwszy od pierwszej godziny do dwunastej, w pro-

w progressy: liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. i t. d.

W tym progressy najdłuższy termin jest 12. Wszakże 12, wszystkich oraz progressy terminów jest 12. Zaczem podług d. nej reguły, najdłuższy termin 12. przedwszy do 12, wzięty z 12, będzie 13, t. j. a sumę rozmnożywszy przez połowę wszystkich terminów, to jest przez 6. t. j. 13×6 mam produkt 78, który mi ukaże wszystkie uderzenia godzin zegaru, od pierwszej aż do dwunastej. Ten produkt 78 podwojony będzie miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Przeto zasada się na Prawo I. w którym powiada, że suma terminów krajnych rowna jest którymkolwiek dwom terminom od siebie równie odległym, a zatem produkt z pierwszego i ostatniego terminu, przez połowę terminów rozmnożonego, kożystać nie może być mi si sumie wszystkich terminów w wolney progressy będących. Multiplicacya bowiem jest to Addycya kilkakrotnie powtorzona.

Śledzmy więc, iż sumę całej progressy wolney można takżę mieć: *Naprzód*: połowę sumy z pierwszego i ostatniego terminu zabrać, przez liczbę wszystkich terminów mnożyć. *Powtór*: Sumę pierwszego i ostatniego terminu przez całą liczbę terminów rozmnożywszy, produkt ten przez 2. dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progressy Arytmetyczney trafiają się nieparzyste, w ten czas podług Prawa II. przez termin średni rozmnożywszy

żywszy licząc terminów nieparzystych, produkt da sumę wszystkich terminów progresyi wolney. W tym bowiem Praw: III. pokazaliśmy, iż termin średni równy jest połowie summy z pierwszego i ostatniego terminu zebranej.

ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy najmniejszy i największy, i liczba terminów, jak się przeliczy, przewyżka między terminami owej progresyi zachodząca?

Reguła. Od największego terminu odejmij się najmniejszy, a reszta dzieli się przez liczbę terminów jednym zmniejszoną. Wieloraz ukáže przewyżkę między terminami skoku zachodzącą.

Przykład. Jest Wojsko w tryangul uszykowane, którego pierwszy, to jest: najmniejszy rząd z żołnierzy zabiera, ostatni rząd czyli największy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędów; pytam jaka między temi rządami zachodzi przewyżka? to jest: wielu żołnierzami jeden rząd drugi przechodzi, czyli przewyższa?

Od największego tedy terminu 120, odciągamy najmniejszy 2, a resztę 118 podzielwszy przez liczbę terminów jednym zmniejszoną, to jest: przez 59; Wieloraz 2 pokazuje zachodzącą przewyżkę, to jest: iż każdy następujący termin od poprzedzającego 2 jest większy.

Reguła ta gruntuje się na Praw: III. Bo 120 zawiera w sobie najmniejszy termin 2 i nad

to przewyżkę 2, tyle razy wzięty, ile jest terminów w progressi, począwszy od 2 aż do 120, to jest: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co poczni 118; przydając pierwsiemu 2, będzie 120. A zatem odciągamy termin najmniejszy, reszta zamyka w sobie tyle razy przewyżkę, ile jest terminów progressy zmniejszonych 2; więc resztę ową podzieliwszy przez liczbę terminów jedyną zmniejszoną, wypade powinna przewyżka między terminami zachodząca.

ZADANIE III.

17. Gdy będą dane terminy najmniejszy i największy, i przewyżka, jak się znajdzie liczba wszystkich terminów?

Od największego terminu odciągamy najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez przewyżkę, wieloraz jedyną powiększony, ukaże wszystkich terminów liczbę.

Przykład. Jdome peway przedać kilka perel, pierwszą n. p. za 4 teler; białą, drugą za 10, i tak dalej postępując przez przewyżkę 6, aż do ostatniej, którą przedał za 478 telerów białych. Pytam, wiele miał wszystkich perel?

Odciągamy termin najmniejszy 4 od największego 478, a resztę 474 podzieliwszy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawszy 1, mam 80, liczbę terminów, czyli perel sprzedanych.

Reguła ta gruntuie się na Prawo III.

ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin najmniejszy, przewyżka, i liczba terminów, jak się znaleźć termin największy?

Dana liczba terminów jedyną zerującą się przez przewyżkę różni ją się, do tego produktu i dawszy termin najmniejszy, sumę sądzić wykładając będzie największym terminem.

Przykład. Ośmiu ubiegającym się do mety wyznaczono nagrody tak, aby ten, który ostatni do mety dobieży, wziął 4 złote, przedostatni 7, przedprzeostatni 10. i tak dalej w progressyi przez przewyżkę 3 rosnącej. Pytam, w ile się temu należy, który pierwszy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 mnożę liczbę terminów 8 — 1, to jest 7; wychodzi produkt 21, przydawszy do niego termin najmniejszy 4, mam w wymienionym progressyi termin największy 25. Tyle więc pierwszy nagrody weźmie

Ta reguła zasadza się na Prawie III

Tymże samym sposobem dochodzi się iakikolwiek inny termin zamierzony, czyto piąty, czy siódmy i t. d.

ZADANIE V.

19. Gdy będą dane termin największy, liczba terminów, i przewyżka, jak się termin najmniejszy wyznaczyć?

Dana przewyżka mnoży się przez liczbę

czbę terminów jednym zmniejszoną, a produkt odciągawszy od terminu największego wypadnie termin najmniejszy.

Przykład Rzemieślnik podjął się pewney roboty pod tą kondycją, aby mu codziennie pięć groszy przyczyniano na placę dnia pierwszego, dopokiby roboty nie skończył. Robił on dni 15. i wziął dnia ostatniego od roboty dziennej groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego.

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminów jednym zmniejszoną 15 — 1, to jest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu największego 100, wypadł najmniejszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania, zarobił gr: 975. czyli zł: 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na Praw: III.

§. 3.

O Joku prędkim, czyli progressyi geometryczney.

20. **K** Tóre są Prawidła, na których się reguły Jeometryczney progressyi zasadzają?

Dwa następujące:

Prawidło I. W każdey progressyi Jeometryczney, jeżeli dwa jakiekolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za wieloraz wypadnie termin tyle miejscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykają w sobie wskazowniki razem wzięte obudwu terminów rozmnożonych.

N

To

Te zaś wskazowniki (*indices*) nie co innego są, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdym progressyi Jeometryczney terminem napisane, zaczynając od zera: tak 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. i t. d. Y tak w następującej progressyi, napisawszy pod każdym terminem progressyi liczby naturalne, zaczynając od zera:

3. 6. 12. 24. 48. 96. i t. d.

0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między sobą dwa którekolwiek terminy, n. p. 6. X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwszy 3, będą miał za wieloraz termin: 96, który w tej progressyi pięć miejscami od pierwszego terminu jest odległy, iako wskazowniki rozmnożonych przez się terminów $1 + 4 = 5$, ukazują. Liczby więc te pod terminami skoku Jeometrycznego położone, zowią się wskazujące, albo wskazowniki, bo nam wskazują, iak daleko każdy termin odległy jest od terminu pierwszego. Wskazują zaś miejsce, czyli liczbę terminów jednością zmniejszoną. Tak: 48, których wskazownik jest 4, są piątym terminem progressyi. Na co pomnieć, wiele pomoże do zadań rozwiązywania.

Prawidło II. W każdej progressyi Jeometryczney podwoyney, największy termin, wyjąwszy z niego pierwszy, równy jest wszystkim innym terminom razem wziętym. W progressyi zaś potroyny, największy termin, wyjąwszy z niego pierwszy, jest dwa razy większy nad wszystkie inne terminy razem zebrane, i t. d. Tak n. p. w tej progressyi: 1. 2. 4. 8. 16, odciągawszy termin najmniejszy 1 od
nay-

naywiększego 16, zostało się 15. Te 15 równe są wszystkim terminom razem zniesionym: $1 + 2 + 4 + 8 = 15$.

ZADANIE I.

21. Gdy danych będzie kilka terminów progressyi Jeometryczney, jak się znayduie termin naywiększy, albo inny którykolwiek, nie-dochodząc nawet terminów szednich?

Reguła. Potrzeba dwa terminy albo i więcej w owej progressyi mnożyć między sobą, ale takie, którychby wskazowniki wraz wzięte zamykały w sobie tyle jedności, jedną mniej, ile ich ma ta liczba, nad którą terminu szukam, produkt stąd wynikający podzieliwszy przez termin pierwszy, wieloraz pokaze termin, którego szukam.

N. p. Niech będą dane następujące terminy progressyi Jeometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160. it. d.

o. 1. 2. 3. 4. 5.

W której progressyi chcę znaleźć termin szesnasty. Wskazownik tego terminu będzie 15, to jest liczba jednym mniejsza od miejsca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin szosty 160, którego wskazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Mnożę te 160 przez siebie same, to jest 160×160 , wypada produkt: 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz 5120 termin jedenasty, którego wskazownik jest 10. Ten jedenasty termin 5120, mnożę znowu przez termin szosty 160, mający wskazownika 5, wychodzi

produkt: 819,200, który podzieliwszy przez termin pierwszy, mam za wieloraz 163840. termin szesnasty, którego wskazownikiem będzie liczba 15, jednym mniejsza od miejsca terminu zamierzonego. Gdyż wskazownik $10 + 5 = 15$. Mam więc termin szesnasty znaleziony 163840 z liczbą wskazującą, czyli wskazownikiem 15.

Albo też tenże termin szesnasty tak wynduję: Biorę dwa terminy n. p. 40 i 160, pod którymi wskazowniki wraz wzięte czynią 8, to jest: $3 + 5 = 8$. i rozmnożywszy 40 przez 160, produkt 6400 przez pierwszy termin 5 podzieliwszy, będę miał termin 9ty 1280 z wskazownikiem 8. Potem wynaleziony termin 9ty 1280 mnożę przez 20, to jest przez termin trzeci, wypada produkt 25600, który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, mam za wieloraz jedenasty termin 5120 z wskazownikiem 10. Bo wskazownik $8 + 2 = 10$. Naostatek, ażebym miał termin szesnasty z wskazownikiem 15, termin jedenasty 40. piero znaleziony 5120, mnożę przez termin szosty 160, który pod sobą ma wskazownika 5, to jest 5120×160 , wychodzi produkt 819200. który podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin szesnasty z wskazującą liczbą 15.

Jeżeli jeszcze chcę szukać terminu dalszego w tejże samej progressyi, n. p. 29, mnożę termin, jedenasty 5120 przez 163840 termin szesnasty, a produkt: 838860800 podzieliwszy przez termin pierwszy 5, wypadnie termin 26ty: 167772160 z wskazownikiem 25. Bo wskazownik $10 + 15 = 25$. Potem wy-

nale-

PRAKTYCZNA 197

naleziony termin 26sty: 167772160 mnożę przez termin czwarty 40 który ma wskazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wskazownika 28, a zaś $25 + 3 = 28$) po uczynionej moltiplikacyi wypada produkt: 6710886400, który dzieląc przez termin pierwszy 5, wieloraz 1342177280 ukazuje mi termin 29ty tejże progressyi z wskazownikiem 28. Tym sposobem znajduią się terminy choćby nayodlegleysze. Krótko mówiąc: toż samo jest szukać w danej progressyi terminu n. p. 54, co szukać terminu takiego, któregoby wskazownik był 53, jedynym mniejszy od miejsca terminu, którego szukam.

Ten drugi sposob, wynalezienia któregokolwiek w danej progressyi terminu, jest dokładniejszy i lepszy; bo pierwszy tę ma wadę, iż nie na każdy skok zamierzony służy; gdyż czasem termin zamierzony przenosi, a czasem niedociąga: Doświadczający łatwo to poznać może.

Reguła ta zasadza się na Prawo: I. Każdy bowiem wieloraz z moltiplikacyi, i dywizyi dwóch terminów wynikający, tylu miejscami odległy bydz powinien od terminu pierwszego, ile jedności zamykają w sobie wskazujące liczby, czyli wskazowniki razem wzięte, obudwu terminów między sobą rozmnożonych.

ZADANIE II.

22. Gdy będą dane termin najmniejszy, największy i mianownik progressyi Jeometryczney, iak się wynayduie generalna summa wszystkich terminów?

N 3 Od

Od terminu największego odciąga się najmniejszy, a resztę podzieliwszy przez mianownika progressyi jednym zmniejszonego, i do wieloraza przydawszy termin ostatni, wypadnie ieneralna summa wszystkich terminów razem zebranych.

Przykład Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nic więcocy za niego nie chce, tylko zapłaty za same ufnale, których się w podkowach znajduje 24. Ale w ten sposób: aby mu za pierwszy ufnal dano 2 gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, i tak: dalej w podwoyney progressyi Jeometryczney. Pytam jaka summa gr: wypadnie za tego konia?

Znalazłszy ostatni termin w téy progressyi, przypadnie za ostatni czyli 24ty ufnal groszy 16,777,216. Od tego więc ostatniego terminu w progressyi Jeometryczney odciągam termin pierwszy 2, a resztę 16,777,214 podzieliwszy przez mianownika jednym zmniejszonego, to jest przez $2-1$, lecz że 1 liczbę nie dzieli, mam za wieloraz też samą summę: 16,777,214 do której przydawszy ostatni w progressyi termin 16,777,216, wypadnie summa ieneralna groszy: 33,554,430, którą podzieliwszy przez 30 gr: będzie miał cenę owego konia złotych 1,118,481.

Okazanie tego działania. W każdej progressyi Jeometryczney, iak się ma mianownik jednym zmniejszony do ięnego, tak się ma największy termin najmniejszym terminem zmniejszony, do summy ze wszystkich terminów w progressyi zebranych, wyjąwszy tenże sam termin ostatni. Tak n. p. dawszy na

stępu-

stępującą progressyą Jeometryczną w proporcji potroynę: 3. 9. 27. 81; będzie się miał mianownik 3 iednym zmniejszony do 1. to jest: 2. 1. iak się mają terminu największy zmniejszony terminem najmniejszym, to jest: 81—3 = 78, do całej summy progressyi, wyjąwszy tenże sam ostatni termin, to jest do 3 + 9 + 27 = 39.

2. 1 : : 78. 39.

Zaczem podzieliwszy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawszy ostatni termin 81, mam 120. summę wszystkich terminów w owej progressyi będących.

23. W progressyi Jeometryczney podwoynę iak łatwiej i krócej summę znaleźć można?

Znaydnie się łatwo tym sposobem: Ostatni termin podwajam, a od produktu odciągam termin pierwszy. Tak w wspomnionym o ufnalach przykładzie, termin ostatni 16,777,216 podwoiwszy, a od produktu termin pierwszy 2 odciągawszy, mam summę gr: też samę, co i pierwey: 33,554,430, czyli zł: 1,118,481.

Przyczyna tego ta jest oczywista: iż w tej mierze mianownik 2 iednym zmniejszony jest 1, który liczby dzielić nie może. Zaczem dodać do wielorazu ostatni termin, jest to wziąć go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie najmniejszego terminu, liczby terminów, i mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, nie kładziemy sposobu, ani reguł; gdyż prawie zawsze termin najmniejszy i liczba terminów w progressyi Jeometryczney wiadome dają się; a na wynalezienie pospolitego mianowni-

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, sposób już wyżej podaliśmy, mając w powszechności o progressji Jeometryczney.

§ 4.

*Zamyka w sobie ni które ci kawał przykłady,
które się przez progressję rozciągają.*

I. Przykłady na progressję Arytmetyczną.

I. Rzemieślnik pewny skończwszy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umówioną nagrodę; i spytany od przyjaciela, ileby zyskał, odpowiedział: iż pierwszego dnia wziął zł: 1 drugiego 5, i tak daley w progressji Arytmetyczney. Pytam się, ile wziął dnia ostatniego i wiele przez wszystkie dni zyskał?

Znalazłszy termin ostatni, mam dnia ostatniego płacę złotych 117. A znalazłszy sumę wszystkich terminów, mam cały jego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobył przy dobrym miastu w ięty, które dzielił między 40. żołnierzy, którzy pierwsi wpadli do fortecy, z tą kondycją: ażeby ostatni wziął zł: 100, przedostatni złot: 130, trzeci od końca 160, i tak daley w progressji z przewyżką 30. Pytam, ile się pierwszemu z nich dostało?

Termin największy jest 1270; tyle więc temu dostało się, który pierwszy wszedł do fortecy.

III. Zakupił Księgarz pewną liczbę ksiąg, tak: iż za pierwszą księgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, i tak daley w progressji przez 2 rosnącej: za ostatnią księgę zapłacił gr: 400. Pytam, ile wszystkich ksiąg kupił?

Zna.

Znalazłszy liczbę terminów, mam 100 książek, które księgarz zakupił.

IV. Pan pewny mocno zachorowawszy, dał pewną kwotę pieniędzy, aby w ten sposób między ubogich rozdane były: dnia pierwszego choroby 1 zł: drugiego 4, trzeciego 7, i tak dalej codzień trzema złotemi więcej. Ostatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wszystkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalazłszy liczbę terminów, mam 10 dni, przez które ów Pan chorował, wszystkich zaś pieniędzy wydano złotych: 145.

V. Chcę wiedzieć, jak wielka jest summa wszystkich minut, rachując od godziny pierwszej do godziny 12, w progressyi przez przewyżkę 60 rosnącej:

Terminy tak stac będą: najmniejszy jest 60. 120. 180. 240. i t. d. Ostatni termin jest 720. Summa więc wszystkich minut jest ta 4680.

VI. Pewny kazał sobie kopać studnię na sążni 16, i oddać grabarzowi płacić za pierwszy sążeń gr: 25, za drugi 40, i tak dalej postępując przez przewyżkę 15stu groszy. Pytam, ile owa studnia kosztować będzie?

Szukam naprzód terminu największego, i mam 250, potem summy, która wpada 2200 gr: albo zł: 23. i gr: 10. Tyle więc owa studnia ma go kosztować.

II. Przykłady na progressyą Jeometryczną.

I. Pan mający roczney intraty milion złotych Polskich, chce arendować drugiemu wszystkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za jeden cały miesiąc wypłacił arendę, za

. pier-

pierwszy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, i tak dalej w progressyi podwoyney Jeometryczney, aż do dnia 30stego. Pytam ile wyniesie summa, którąby za cały miesiąc w jednym roku wypłacić potrzeba?

Znalazłszy ostatni termin 30sty 536,870912, łatwo znajdzię sumnę za cały miesiąc złotych Polskich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Król Judyi pewnemu Judyy-czykowi imieniem Dahir, który wynalazł grę szachów, dał na wolę obrania sobie jakieby chciał nadgrody: On o nic więcej nie prosił, tylko ażeby mu jedno ziarno pszenicy na pierwszym kwadracie w szachownicy położone, w proporcyi Jeometryczney podwoyney na każdy kwadrat dawano, aż do ostatniego, to jest do 64. kwadratu. Bardzo mała nadgroda zdała się bydz Królowi; lecz gdy Arytmetycy w rachunek pszenicy weszli pokazało się, że ani w Państwie owego Króla, ani na całym świecie, tak wiele pszenicy znaleźć się nie może, to jest ziarn: 18,446,744,073,709,551,615

§. 5.

O skoku liczby cudownym, czyli o Regule kombinacyi.

24 Co jest reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi jest ta, która uczy wiele razy rzeczy jakie mogą odmienić miejsce swoje, czyli porządek. Bywa używana w mieszaniu liter, słów, w rozsadzaniu gości, iako i w szukaniu anagramatów jakiego słowa. (q)

25.

[q] Anagramma, jest to słowo, z innego zrobione, liter bynajmniej nie opuszczając, lecz tylko przesu-

25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz jaka miejsce swoje odmienić może?

Następującym sposobem: ile jest rzeczy, tyle piszę naturalnym porządkiem liczb, zaczynając zawsze od 1; potem mnożę produkt liczby poprzedzającej, przez liczbę następującą, w rzędzie nieprzerwanym zostającą i t. d. Przykłady rzecz tę lepiej objaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć, wiele razy 8 mogą się odmienić? Piszę więc liczby tak:

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

2. 6. 24. 120. 720. 5040. 40320.

Rozmnażam naprzód 1 przez 2, i piszę je pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez następującą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, które piszę pod 3, tyle razy trzy odmieniac się mogą. Potem 6 przez następującą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24. piszę pod 4, i tyle razy miejsce swoje odmieniają. Toż 24 rozmnażam przez następującą u wierzchu liczbę 5, produkt 120 piszę pod 5. To tedy 5, może miejsce odmienić 120 razy; i tak dalej postępować trzeba przez mnożenie. Krótko mówiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną postawiony pokazując, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić się może.

Przykład 1. Chcę wiedzieć wiele razy 4 osoby mogą inszym a inszym porządkiem usieść?

Wypada, jak wyżej pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 osoby coraz inszym porządkiem usieść mogą. Oto dowód tego na literach: m. d. c. b.

m. d. c. b

cając. N. p. Jan *anagramma* ani; masło *anagr*: słoma, smoła; Koza *anagr*: oraz i t. d.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
m b d c	d b m c	c b m d	b c d m
m b c d	d b c m	c b d m	b c m d

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 710 razy, iak wyżej masz pod liczbami naturalnemi.

Przykład II. Chcę wiedzieć z 10 kwiatów wiele razy wianek uwić można, co raz inakszym, a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatów wianek ów co raz inaczey, a inaczey odmieniałąc i przetrzucając kwiaty, uwić można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następujące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba, wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez najbliższą mniejszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie osob 6, które chcę parzyć z sobą, co raz inaczey. Pytam, wiele par różnych mieć mogą?

Rozmnażam tedy 6 pizez 5 liczbę najbliższą mniejszą od sześciu, produktu 30 połowica 15 pokazuje, iż osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach, sześciu: A. B. C. D. E. F. parzenie.

A B.

A B	B C.	C D	D E.	E F.
A C	B D.	C E	D F.	
A D	B E.	C F		
A E	B F.			
A F				

15 razy.

Bo w pierwszej kolumnie jest par 5, w drugiej 4, w trzeciej 3. w czwartej 2, w piątej 1, które dodawszy: $5 + 4 + 3 + 2 + 1$ uczynią 15.

PRZYDATEK UZYTECZNY.

Sposób łatwy redukowania Czerwonych Złotych po złot: 16. gr. 22 i $\frac{1}{2}$.

Chcę n. p. sprowadzić czerw: złotych 10 na złote.

Naprzód do danych czerw: zł: 10, dodam

0, będzie - - - 200.

Powtórę biorę tej liczby połowę - - 100.

Potrzącie piątą daną do zredukowania - 20.

Poczwartą biorę połowę dwudziestu - 10.

Piątą biorę połowę dziesięciu - - - 5.

podkreślam

Dodam te liczby, wypada - - 335.

Przykład drugi. Chcę jeden czerw: złoty sprowadzić na złote.

Dodaie 0, będzie - - 10.

Biorę tej liczby połowę - 5.

Dany czerw: zł: piątą - 1.

Półowa jednego - - 15.

Półowa połowy - - - 7 $\frac{1}{2}$.

Dodam te pięć liczb, będzie zł: 16 gr: 22 i $\frac{1}{2}$.

Ten przykład ukazuje oczywiście niezawodność tego sposobu.

Ponieważ

Ponieważ pierwsze trzy liczby wyższe oznaczają pomnożenie danych Czerw: złotych przez 16, więc można także dane Czerw: zł: mnożyć przez 16, a do tego produktu dodać naprzód połowę, potem tej połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4. Czerw: złote:

Pięć	-	-	-	4.
Rozmnażam przez 16	-	-	-	16.
<hr/>				
Mam produkt.	-	-	-	64.
Do produktu kładę połowę czterech	-	-	-	2.
Znowu tej połowy połowę	-	-	-	1.

Dodaie te trzy liczby, będzie: - - 67.

Co jedno jest, iakby pierwszszym sposobem rozmnażał; doświadczający uznać to musi.

Niezawodność tego sposobu tak się okazuje. Aby dobrze redukować Czerwone złote po złot. 16, gr: 22 i $\frac{1}{2}$, trzeba dane do sprowadzenia czerw: złot: pomnażać przez złot. 16, gr: 22 i $\frac{1}{2}$; Otoż takoweż odprawnie się mnożenie pomienionym sposobem. *Naprzód* Kiedy dodam 0, jedno jest iakby ten 1. rozmnażał przez 10, więc już mam dany do redukcji czerw: zł: i rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tej liczby, do której się dodało 0, to jest 10 połowę, czyli 5, jedno jest iakby czerw: złot: rozmnażał przez 5, bo dodawszy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzecie.* Kiedy kładę dane czerw: zł: iak w drugim przykładzie 1, jedno jest, iakby ten pierwszy 1 z zerem pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawszy pięć i jedno, uczyni 16; Więc już mam w tych trzech liczbach rozmnożony czerw: złot: przez 10. przez 5. przez

1. czyli przez 16. Trzeba jeszcze rozmnażać przez gr: 22 i $\frac{1}{2}$, czyli przez trzy o-smaki, to jest przez trzy części złotego; Zaczem kiedy biorę połowę 1, tym samym biorę dwie części, aym tedy jeszcze jedną część wziął trzeba mi brać tej połowy połowę, czyli o-smak jeden ze dwóch. Wic trzy części złotego jest gr: 22 i $\frac{1}{2}$. Przykład dngi należy-cie to objaśnia.

Jeżeli tym sposobem sprowadzając czter: zł: czwarta liczba będzie taka, która nie może się podzielić na pół, ale zbędzie 1, to tego ie-dnego połowę pisać trzeba na bokn, to jest 15, a na piątą liczbę wziąć trzeba połowę i czwartey liczby, i tych 15, to jest 7 i $\frac{1}{2}$.

Przykład. Chcę redukować 7 cz: zł:

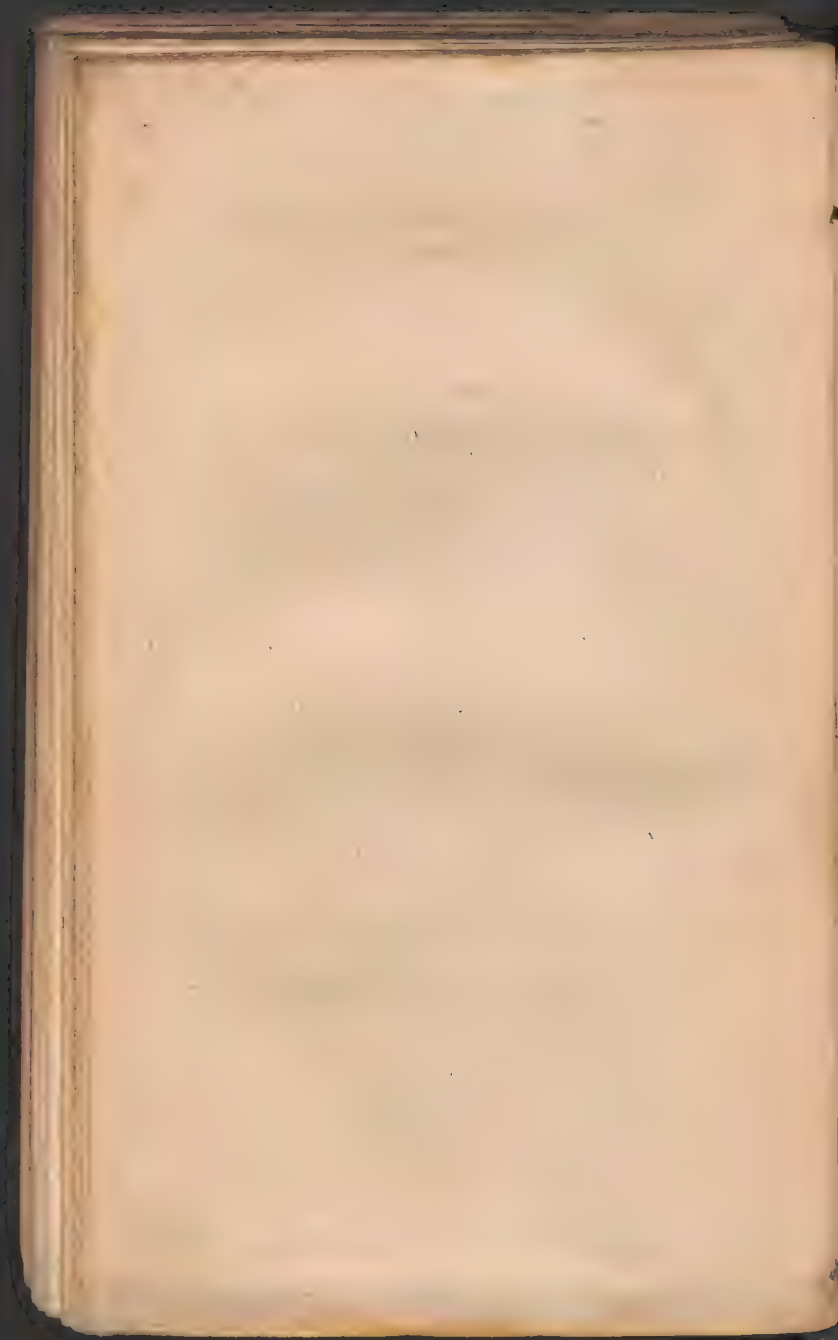
Dodać do 7 zero, będzie	-	70.
Biorę połowę siedmiudziesiąt	-	35.
Piszę dane czerw: złote	- - -	7.
Biorę 7 połowę, będzie 3, i gr: 15.		
to jest	- - -	3. 15.
Biorę znowu połowę 3 i 15, będzie	1.	22. $\frac{1}{2}$

Dodać te liczby, będzie - 117. 7 $\frac{1}{2}$.

Te liczby tak się dodawać powinny, jak zwyczajnie w Addycyi liczb różnego gatun-ku.

KONIEC ARYTMETYKI.





WZOR PISANIA REJESTROW DOMOWYCH.

Tablica I.

EXPENS PIENIEŻNY.				Złote	Gr.		Złote	Gr.		L. U T Y 1793.		Złote	Gr.	
Dzie	ROK PANSKI 1793. S T Y C Z E N.									Dzie	Wikt.			
	Wikt.													
2	Za mięsa funtów 16	-	2	20						1	Za jay 40.	-	1	10
4	Za cielęcinę	-	2	-						-	Za dwie kaczki	-	1	24
5	Za jay dwie kopy	-	3	20						9	Za mięsa funtów 20	-	3	10
12	Za trzy kury	-	2	2						12	Za jay kop trzy	-	5	20
25	Za pół fasie masła	-	20	-						-	Za Gęś iedną	-	2	12
20	Za jay 70	-	2	-						23	Za joiu funtów 12	-	6	12
27	Za trzy oka kawy	-	20	-							Tytuł czyni		20	28
	Tytuł czyni	-	52	12							Rzemieślnicy i Robotnicy.			
	Rzemieślnicy.													
3	Krawcowi od naprawy żupana	1	20							4	Krawcowi od naprawy starzyzny	3	15	
6	Stolarzowi od zrobienia stołka	1	15							10	Szewcowi od narzędzenia bótów	1	9	
10	Kowalowi od naprawienia kłotki	-	23							15	Dwom młockom za dzień	2	-	
30	Szewcowi od podszycia bótów	2	15								Tytuł czyni		6	24
	Tytuł czyni	-	6	14							Sprzęty Kuchenne			
	Służący													
3	Annie kucharce kolędy	-	3	-						5	Od pobielenia dwóch rądlów	2	15	
9	Feyże na trzewiki	-	3	15						20	Za trzy fury drew	4	20	
25	Feyże in wim zasług	-	10	-							Tytuł czyni		7	5
26	Służącemu kolędy	-	3	-							Obora i Stajnia.			
31	Fumuz na bót	-	7	-						15	Za krowę w łączny	30	-	
	Tytuł czyni	-	26	15						-	Za parę wołów tamże	90	-	
										-	Za konia pięcioletniego tamże	70	-	
											Tytuł czyni		190	-
											Miesiąc czyni		224	27
											Y tak daley idąc przez Miesiące			

INTRATA ROCZNA.

ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr.
Z czynszu od Poddanych wybranego	88	27
Za zboże przedane różnemi czasy	100	-
Za płotno lniane półsetkowe	120	-
Za cztery krowy przedane	70	20
Za wieprzów karmnych pięć	100	-
Za skóry przedane sztuk 18	30	15
Za sady po Folwarkach nałęte	60	-
Za iarzyńy różne ogrodowe	40	-
Z Browaru na piwie intraty	410	9
na gorzałce	90	15
Za masło przedane	80	-
Za serów kop 10.	79	20
Za siano, którego przedano bro-		
gow 6.	480	-
Od młynarza z Arendy młyn	150	-
Summa intraty roczney	1000	16

EXPENSA ROCZNA.

ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr.
Za mięso brane przez rok	400	-
Za drob na kuchnię przez rok	130	12
Rzemieślnikom na różne potrzeby	180	-
Za różne sprzęty kuchenne	40	-
Za różne sprzęty Ekonomiczne		
iako to: zelaza, smoły, wozy,		
postronki &c.	150	-
Za konia, parę wołów i krowę	190	-
Podstarościemu pienezney salaryi	100	-
Gospodarzom dwiema we dwóch		
Folwarkach salaryi po Zł: 40.	80	-
Myta Dziewkom, Parobkom, Pa-		
stuchom, z obuwiem i kozuchami	100	-
Za wieprza przykupionego do kar-		
mienia	10	4
Kolędy Czeladzi podług zwyczaju		
po Złotych 3.	9	-
Za nasiona ogrodne w niedostatku		
domowych	15	10
Summa expensy roczney	1164	26

Czynsz Chłopski pienezny na S. Marcin.

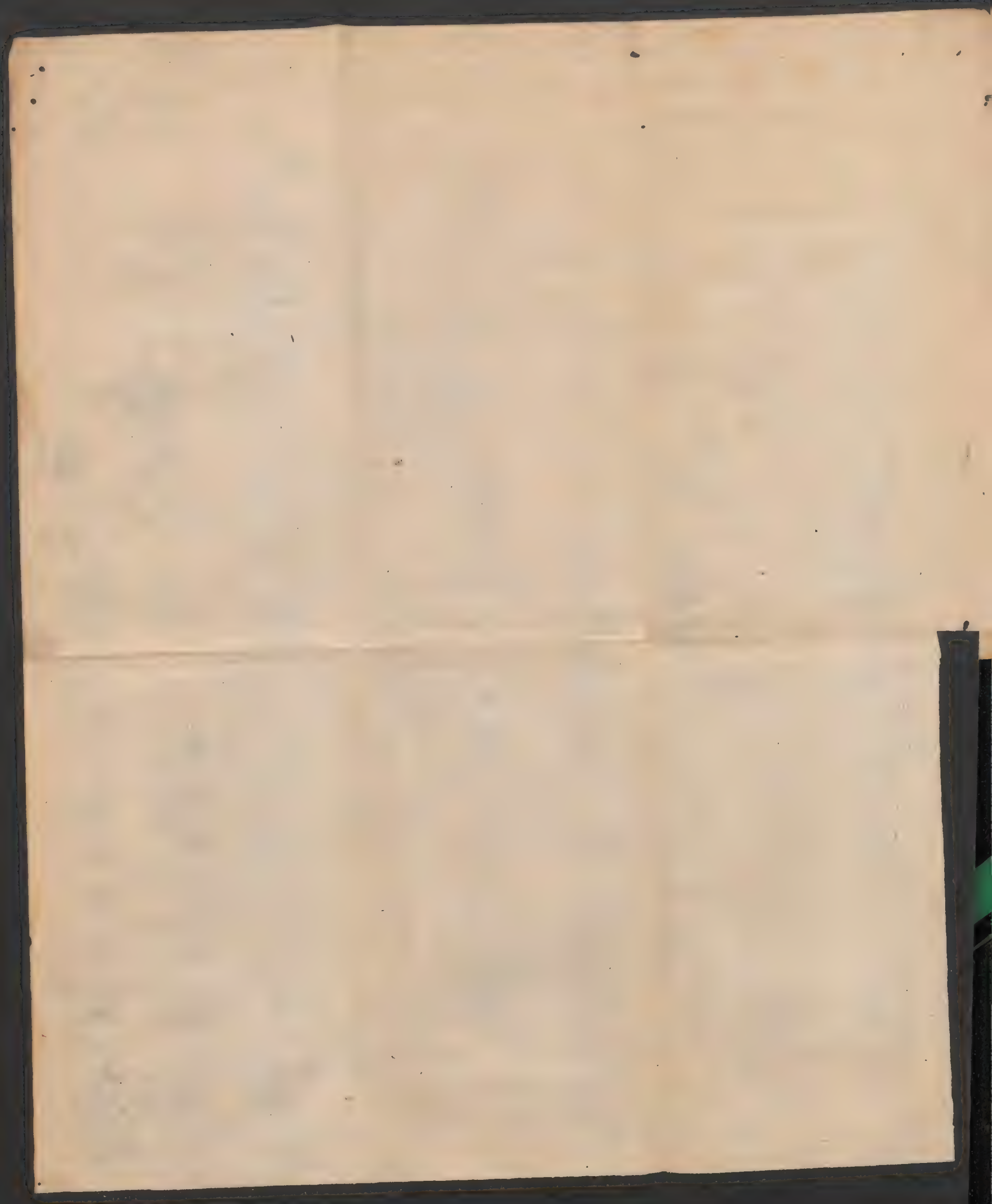
ROK PANSKI 1793.	Złote	Gr.
Za wsi A. od Kmieci 10. z których		
każdy podług różnego mienia i		
gruntów daie po Zł: 2. gr. 10.	23	10
Z tazy wsi od Zagrodników 14,		
z których każdy daie po Zł: 1.		
gr: 6.	16	24
Za wsi B. od Kmieci 7. z których		
każdy daie po Zł: 2. gr: 6	15	12
Od Zagrodników 9. każdy daie po		
Złot: 1. groszy 4.	10	6
Za wsi C. od Kmieci 6. każdy da-		
ie po Zł: 2. gr: 15.	15	-
Od Zagrodników 7. każdy daie po		
Zł: 1. i gr: 5.	8	5
Summa Czynszu Chłopskiego	88	27

Robocizna Chłopska podobnie według miejsca, osady i dawnego zwyczaju opisana być powinna.



Table II.

OMIOT ZBOŻA.			PŁON ZIARNA.			ROZKŁOD ZIARNA.			RESZTA ZBOŻA W SNOPIACH.		
PSZENICA.						PSZENICA.			NA ROK PANSKI 1794.		
15 Październik	Wymłócono na Folwarku A	10 1/2	-	-	-	16 Październik	Na wiatrow	15 1/2	Reszta na Folwarku N. Z.	-	-
17 -	na Folwarku B	11 1/2	-	-	-	17 -	Na wiatrow	15 1/2	na Folwarku B.	2	-
18 -	na Gumnach	12 1/2	-	-	-	18 -	Na wiatrow	15 1/2	Zapasy na rok 1794	1	-
19 -	na Folwarku C	13 1/2	-	-	-	19 -	Na wiatrow	15 1/2	na Folwarku B.	-	-
20 -	na Folwarku D	14 1/2	-	-	-	20 -	Na wiatrow	15 1/2	na Folwarku B.	-	-
Summa wymłóconego			50	1	1	Summa			60	1	1
JECHMIEŃ.						JECHMIEŃ.			RESZTA ZBOŻA W SZPI- CIE.		
7 Listopad	Wymłócono na Folwarku A	2 1/2	-	-	-	10 Październik	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
12 -	na Folwarku B	1 1/2	-	-	-	11 -	Na wiatrow	15 1/2	Reszta w szpicie	-	-
13 -	na Gumnach	1 1/2	-	-	-	12 -	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
2 Grudnia	na Folwarku C	1 1/2	-	-	-	13 -	Na wiatrow	15 1/2	Reszta w szpicie	-	-
7 -	na Folwarku D	1 1/2	-	-	-	14 -	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
Summa wymłóconego			7	1	1	Summa			60	1	1
OWIES.						OWIES.			RESZTA ZBOŻA W SZPI- CIE.		
15 Listopad	Wymłócono na Folwarku B	1 1/2	-	-	-	10 Październik	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
24 -	na Folwarku A	7 1/2	-	-	-	11 -	Na wiatrow	15 1/2	Reszta w szpicie	-	-
12 Grudnia	na Gumnach	1 1/2	-	-	-	12 -	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
17 -	na Folwarku C	4 1/2	-	-	-	13 -	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
Summa wymłóconego			14	1	1	Summa			60	1	1
GROCH.						GROCH.			RESZTA ZBOŻA W SZPI- CIE.		
4 Październik	Wymłócono na Folwarku A	1 1/2	-	-	-	10 Październik	Na wiatrow	15 1/2	na rok Panski 1794.	-	-
15 -	na Folwarku B	2 1/2	-	-	-	11 -	Na wiatrow	15 1/2	Reszta w szpicie	-	-
Summa wymłóconego			4	1	1	Summa			60	1	1



TABLICA JENERALNA PERCEPTY Y EXPENSY Z WIOSKI N III.

Rok Pański 1793.	Percepta z Gruntów.	Wysiew Zboża.			Zbiór Zboża.		Omiot i Plon Zboża.			Rozchód Zboża.			Sprzedanie na pieniądze Zboża.			Reszta Zboża.		
		Korcie.	Cwierci.	Garce.	Kopy.	Snopy.	Korcie.	Cwierci.	Garce.	Korcie.	Cwierci.	Garce.	Korcie.	Cwierci.	Garce.	Korcie.	Cwierci.	Garce.
	Przemien	25	-	-	46	32	52	1	3	Na wysiew i mąkę	31	2	1	Za	25	-	-	-
	Zyto	21	2	3	62	51	58	1	1	Na wysiew, mąkę i solarye	37	2	3	Za	9	-	-	-
	Jęczmień	6	2	-	44	2	49	1	-	Na wysiew, mąkę i solarye.	12	3	-	Za	1	-	-	-
	Groch	3	2	3	7	30	36	2	3	Na potrzeby domowe.	-	-	-	-	-	-	-	-
	Owies	7	2	3	30	5	7	1	-	Dla koni i na o-sypkę	-	-	-	-	-	-	-	-
	Tatarka	-	8	2	10	15	2	3	1									
	Proso	-	1	1	4	40	4	2	-									
	Lniane siemię	-	1	-	6	-	2	3	2									
	Konopne siemię	-	-	2	5	-	-	-	-									
	Summa	65	2	3	216	55	218	2	2	Summa								

Rok Pański 1793.	Gatunki Percepty prócz Zboża.			Gatunki Expensy prócz Zboża.		
	Złote.	Grosze.	Szelagi.	Złote.	Grosze.	Szelagi.
	Z Arendy Karczmy	-	-	Ażmieszkom od ormalicy 1000cy	30	-
	Od Krow za masło i ser	-	-	Za Drzewo na poprawę budowli	70	20
	Od Drobin sprzedanego	-	-	Za różne sprzęty Ekonomiczne, iako to: Żelaza, Wozy, smołę	150	-
	Z czynszu od Chatupników	-	-	Za Konia, parę Wołów, i Krowę	120	-
	Za Skory sprzedane	-	-	Podstarościemu pieniężney Solaryi	60	-
	Za Sady nabyte	-	-	Służącym myta i zastug	50	-
	Za Płotno lniane	-	-	Gospodarzowi w Folwarku N. j.	40	-
	Z Arendy Młynów	-	-			
	Summa Percepty rozmaitey	664	19	2	Summa Expensy wszelkicy	500
					Manent	73

Roku 1793.	Spisanie Jarzyn Ogrodowych.			Percepta Drobin 1793.						Percepta Nabiału 1793.			
	Zagony	Gesi.	Kury.	Jaja Geis.	Jaja Kurze.	Kapto ny.	Indyki.	Faski.	Kwar.	Kopy.	Sztuki.	Faski.	Kwar.
Kapusta.	Zasadzonych zagonów było	20	15	10	-	7	7	5	2	6	5	5	2
	Przedano zagonów	7	30	40	-	10	3	14	8	12	30	14	4
	Ostatek natężono w beczki, Nro.	3	12	9	-	-	6	10	5	10	-	20	4
Rasturak.	Zasianych zagonów było	5	30	42	-	-	6	4	10	28	35	-	-
	Ten jest w lochu w schowaniu	-	9	6	-	4	10	10	5	-	-	-	-
Kiepa	Zasianych zagonów	30	6	26	-	6	20	-	-	-	-	-	-
	Ta na rozchód Czeladzi.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Marchew.	Zasianych zagonów	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Przedano zagonów	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ostatek schowano w lochu.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Cebula.	Zasianych zagonów	5	3	5	-	2	1	2	4	3	6	-	-
	Zostać przy Włodarzu.	-	2	6	-	1	3	4	12	4	30	-	-
Pietruszka.	Zasianych zagonów	3	4	10	-	2	1	2	10	5	10	-	-
	Zostać w schowaniu.	-	9	21	-	5	-	8	26	12	46	-	-
Sady.	Na Folwarku A. przedany za Zł.	70	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Na Folwarku B. przedany za Zł.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Summa pieniędzy za sprzedane sady	120	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Strano.	Strano we dwóch folwarkach znajduje się Brogów	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Potrawa.	Potrawa Brogów	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Z tego strano do przędzy odłożono Brogów	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Y tak daley spisanie koni roboczych, wieprzów, świń, skór bydłych.



